

SOLAIO IN LEGNO-CALCESTRUZZO ESEMPIO PROGETTUALE

Ing. Piero Gelfi
Dipartimento di Ingegneria Civile
Via Branze N. 38
25123 BRESCIA - ITALY
Tel. ++ 39-0303715.509
Fax ++ 39-0303715.503

e-mail: gelfi@bsing.ing.unibs.it

www <http://civserv.ing.unibs.it/utenti/gelfi>

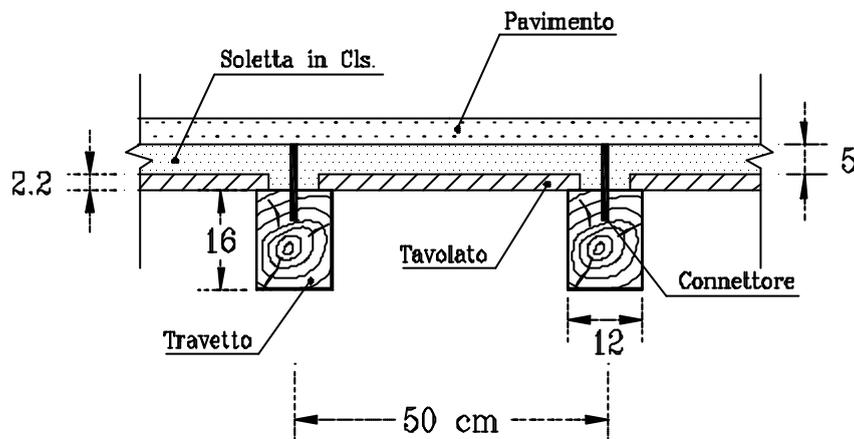


Fig. 1 – Sezione trasversale del solaio

Solaio con travetti 12 x 16 cm interasse 50 cm, assito 2.2 cm

Luce netta 4 m - Luce di calcolo 4.35 m

Carico totale 5.5 kN/mq

Carico sul travetto $q = 2.75$ kN/m

Momento sul travetto $M = 6.50$ kNm

Caratteristiche legno (abete rosso)

Massa volumica 500 kg/mc

$E = 10000$ N/mm²

Resistenza a flessione $f_w = 65$ N/mm²

Tensione ammissibile a flessione $\sigma_w = 8.5$ N/mm²

$J_w = 4096$ cm⁴ $W_w = 512$ cm³

VERIFICHE SOLO LEGNO

Nel caso di soletta non collaborante solo il travetto di legno è portante:

$\sigma_w = M / W_w = 12.7$ N/mm²

freccia $u_w = 3.13$ cm $u_w/L = 1/139 \gg 1/300$

SOLETTA COLLABORANTE CM 5 AL DI SOPRA DELL'ASSITO

Coefficiente di omogeneizzazione $n = E_c/E_w = 3$

Caratteristiche della sezione omogeneizzata al legno:

$$y_G = 5.09 \quad J_{id} = 30314 \quad W_{sup} = 5957 \quad W_{inf} = 1674$$
$$\sigma_w = 3.88 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_c = 3.27 \text{ N/mm}^2$$

guadagno in termini di rigidità $J_{id} / J_w = 7.4$

freccia ideale $u_{id} = 0.42 \text{ cm}$ $u_{id}/L = 1/1029 \ll 1/300$

PROGETTO DELLA CONNESSIONE

Taglio massimo $V = 2.75 \cdot 4.35/2 = 5.98 \text{ kN}$

Momento statico della soletta rispetto all'asse baricentrico:

$$S = 3 \cdot 50 \cdot 5 \cdot (5.09 - 2.5) = 1943 \text{ cm}^3$$

Forza di scorrimento unitaria:

$$D = V S / J_{id} = 5.98 \cdot 1943 / 30314 = 0.383 \text{ kN/cm}$$

Ipotizzando connettori con passo di 10 cm, ciascun connettore, nella zona più sollecitata, deve portare il taglio:

$$V_c = 0.383 \cdot 10 = 3.83 \text{ kN}$$

Si studiano due soluzioni:

Tipo A con calcestruzzo **a diretto contatto** del travetto e quindi con asportazione dell'assito, per la quale si ipotizzano connettori con diametro **d = 12 mm**

Tipo B con soletta gettata **al di sopra dell'assito** con connettori con diametro **d = 16 mm**

Per entrambi si adottano connettori a piolo in tondo liscio di acciaio Fe510 con tensione di snervamento $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ e calcestruzzo di $R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$.

Si ipotizzano profondità di infissione dei pioli nel legno tali da permettere la formazione di due cerniere plastiche, una all'interno della soletta e una all'interno del legno, in modo da sfruttare al meglio la resistenza a taglio dei connettori /2/.

Connessione tipo A

La lunghezza efficace del piolo, cioè la lunghezza che, moltiplicata per il diametro e per la resistenza a rifollamento, fornisce la resistenza a taglio del connettore, può essere ricavata dalla relazione /1/:

$$\ell_w = \sqrt{\frac{2b}{1+b}} \sqrt{\frac{2M_y}{f_{hw}d}}$$

d	di diametro del piolo;
ℓ_c, ℓ_w	lunghezze efficaci lato calcestruzzo e lato legno;
M_y	momento resistente plastico del piolo;
$f_{hc} = 120 \text{ N/mm}^2$	resistenza a rifollamento del calcestruzzo ($4 R_{ck}$);
$f_{hw} = 32 \text{ N/mm}^2$	resistenze a rifollamento del legno;
$b = f_{hc} / f_{hw} = 3.75$	
$V_u = f_{hw} \cdot d \cdot \ell_w$	resistenza ultima della connessione per singolo piolo;

Secondo l'Eurocodice 5 #6.5.1.2. il valore caratteristico della resistenza al rifollamento nella direzione delle fibre, che corrisponde alla resistenza a rottura per compressione parallela alle fibre (il Colombo indica per l'abete rosso 37.5 N/mm^2), è dato dalla formula:

$$f_{h,0,k} = 0.082 (1-0.01 d) \rho_k = 0.082 (1-0.12) 450 = 32 \text{ N/mm}^2$$

con d in mm e ρ_k (massa volumica) in kg/m^3

Questo parametro è in buon accordo col valore sperimentale di 30.5 N/mm^2 da noi ricavato /1/.

Poiché il momento resistente plastico del piolo è dato dalla nota relazione:

$$M_y = f_y d^3 / 6$$

dove f_y è la tensione di snervamento del piolo, la lunghezza efficace può essere scritta nella forma più espressiva:

$$\ell_w = c_w \cdot d$$

con:

$$c_w = \frac{1}{1 + f_{hw} / f_{hc}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{f_y}{f_{hw}} \left(1 + \frac{f_{hw}}{f_{hc}} \right)} = 2.42$$

La lunghezza efficace vale quindi:

$$\ell_w = c_w \cdot d = 2.42 d$$

La resistenza ultima a taglio del connettore vale pertanto:

$$V_u = c_w f_{hw} d^2 = 2.42 \cdot 32 \cdot 12^2 = 11\,151 \text{ N}$$

(in buon accordo col valore sperimentale $11\,400 \text{ N}$ /1/)

La lunghezza aggiuntiva di infissione nel legno ℓ'_w è data dalla relazione:

$$\ell'_w \geq \sqrt{\frac{4M_y}{f_{hw} d}} = d \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{f_y}{f_{hw}}} = 2.72 d$$

Quindi la lunghezza totale di infissione nel legno dovrà essere maggiore di:

$$L_w \geq \ell_w + \ell'_w = 5.14 d = 62 \text{ mm}$$

Adottando un coefficiente di sicurezza 3 si ottiene un taglio ammissibile di 3.72 kN di poco inferiore al valore richiesto di 3.83 kN .

Il passo dei connettori verrà mantenuto costante per $L/4$ e raddoppiato nella zona centrale della trave (v. figura 2).

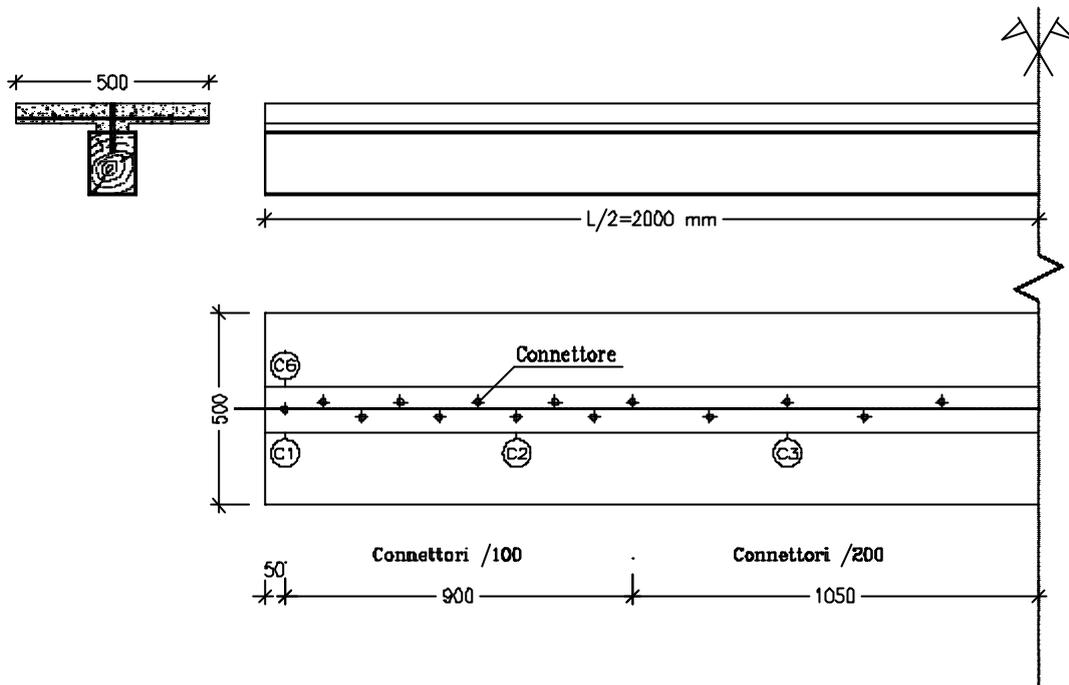


Fig. 2 – Disposizione dei connettori

Connessione tipo B

I pioli con diametro $d = 16$ mm attraversano l'assito di spessore $t = 22$ mm; la loro lunghezza efficace è data dalla relazione:

$$\ell_w = c_w \cdot d$$

con:

$$c_w = \frac{1}{1 + f_{hw} / f_{hc}} \left(\sqrt{\frac{2}{3} \frac{f_y}{f_{hw}} \left(1 + \frac{f_{hw}}{f_{hc}} \right) + \left(\frac{t}{d} \right)^2} - \frac{t}{d} \right) = 1.56$$

La resistenza ultima a taglio del connettore vale quindi:

$$V_u = c_w f_{hw} d^2 = 1.56 \cdot 32 \cdot 16^2 = 12\,780 \text{ N}$$

Lunghezza aggiuntiva di infissione nel legno:

$$\ell'_w \geq \sqrt{\frac{4M_y}{f_{hw} d}} = d \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{f_y}{f_{hw}}} = 2.72 d$$

La lunghezza totale di infissione nel legno dovrà essere maggiore di:

$$L_w \geq \ell_w + \ell'_w = 4.28 d = 68 \text{ mm}$$

Il valore della resistenza a taglio è di poco superiore a quello dei pioli ϕ 12 e quindi si adotta la stessa disposizione con passo di 10 cm per $L/4$ e di 20 cm nella zona centrale.

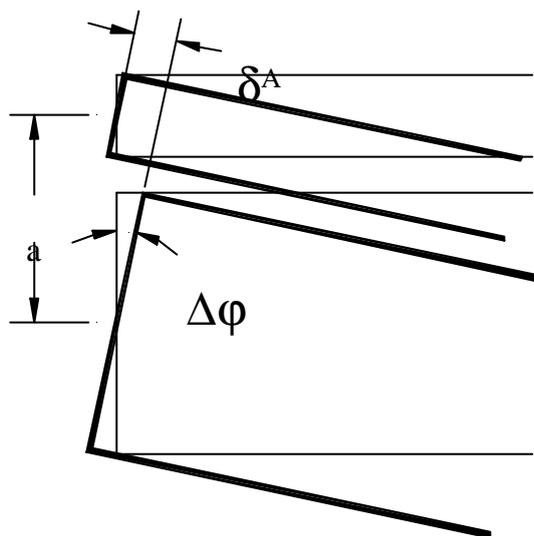
Verifiche

Le verifiche riguardano la deformazione e la resistenza ed è opportuno siano condotte agli stati limite.

Stato limite di esercizio

La freccia sarà maggiore del valore calcolato con lo J_{id} per la deformabilità della connessione.
Un calcolo rigoroso non appare necessario dato l'ampio margine a disposizione per la verifica (il rapporto fra la freccia calcolata nell'ipotesi di connessione perfetta e la luce è inferiore ad $1/1000$).

Si può comunque eseguire una stima dell'incremento di freccia, generalmente per eccesso, basandosi sul legame geometrico che lo lega allo slittamento relativo δ_A fra legno e calcestruzzo in corrispondenza dell'appoggio.



$$\delta_A = a \Delta\varphi \quad \text{da cui: } \Delta\varphi = \delta_A / a$$

Per una trave semplicemente appoggiata, soggetta ad un carico uniformemente distribuito, il legame tra la freccia u e la rotazione φ all'appoggio è dato dalla relazione:

$$\frac{u}{j} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EJ} \frac{24EJ}{qL^3} = \frac{L}{3.2}$$

L'incremento di freccia Δu dovuto allo slittamento δ_A può quindi essere stimato con la relazione:

$$\Delta u = \frac{\Delta j}{3.2} L = \frac{\delta_A L}{3.2a}$$

Il valore dello slittamento δ_A può essere valutato in base al valore della forza di scorrimento D_A che sollecita il connettore sull'appoggio e alla sua rigidezza K_P :

$$\delta_A = D_A / K_P$$

La rigidità K_p della connessione è uguale a quella del piolo doppiamente incastrato di lunghezza ideale ℓ^* /2/:

$$K_p = \frac{12 \cdot E_s J_p}{\ell^{*3}} \quad (2)$$

con:

$$\ell^* = 11.6 - 0.00894 \cdot k_w + 0.880 \cdot t + 4.34 \cdot d$$

Per la rigidità k_w del legno sono disponibili pochi risultati sperimentali. Secondo le prove riportate in /2/ la rigidità k_w in campo elastico nella direzione parallela alle fibre, definita come rapporto tra la forza di interfaccia piolo-legno per unità di lunghezza del piolo e lo spostamento relativo ha, per la specie abete rosso, un valore di circa 1300 N/mm² e sembra non dipendere significativamente dal diametro del piolo.

Nel caso presente, per la **trave tipo B** con assito interposto ($t = 22$ mm) e pioli d16, che ha la connessione più deformabile, si ha:

$$\ell^* = 88.8 \text{ mm} \quad K_p = 11\,600 \text{ N/mm}$$

$$\delta_A = 3830/11600 = 0.33 \text{ mm}$$

$$\Delta u = \frac{0.33 \cdot 4350}{3.2 \cdot 127} = 3.5 \text{ mm}$$

La freccia totale in esercizio può essere stimata nel valore:

$$u = u_{id} + \Delta u = 4.2 + 3.5 = 7.7 \text{ mm} = L/565 \ll L/300$$

In una prova sperimentale eseguita su una trave analoga /1/ si è misurato, dopo alcuni cicli di carico e scarico, un valore della freccia praticamente coincidente.

Stato limite ultimo

Non appare affidabile la verifica di resistenza con il metodo delle tensioni ammissibili perché le tensioni dipendono fortemente dalla rigidità della connessione che è difficile valutare correttamente e che inoltre ha una legge non lineare.

Si può valutare invece con maggior affidabilità la resistenza ultima

Si considera (v. figura 3) la connessione perfettamente plasticizzata, il legno a comportamento linearmente elastico fino a rottura e il calcestruzzo fessurato inferiormente con conseguente distribuzione rettangolare degli sforzi nella parte reagente (stress-block).

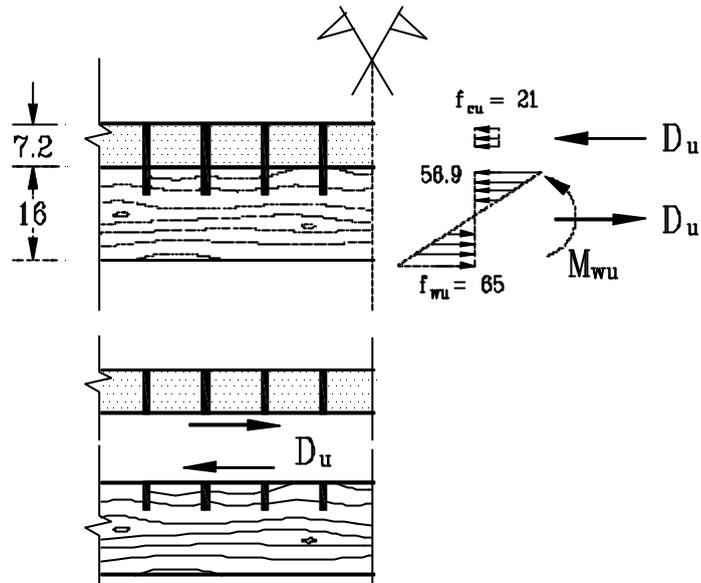


Fig. 3 – Modello di calcolo del momento ultimo

Facendo riferimento alle seguenti caratteristiche meccaniche:

- resistenza ultima del legno: $f_{wu} = 65 \text{ N/mm}^2$
- resistenza ultima del calcestruzzo: $f_{cu} = 21 \text{ N/mm}^2 (0.85 \cdot 0.83 \cdot 30)$
- resistenza ultima della connessione: $V_{c,Ru} = 11,1 \text{ kN}$

si ottiene la forza di scorrimento totale di mezza trave (14 connettori) pari a $D_u = 155.4 \text{ kN}$.
L'altezza y dello stress-block è tale da dare come risultante D_u :

$$y = D_u / (b f_{cu}) = 155400 / (500 \cdot 21) = 14.8 \text{ mm} < 50 \text{ mm (spessore della soletta)}$$

Il braccio z della coppia D_u vale quindi:

$$z = 72 - y/2 + 80 = 144.6 \text{ mm}$$

Il travetto risulta sollecitato a pressoflessione per effetto del momento M_{wu} e dell'azione assiale D_u , e a rottura vale la relazione:

$$M_{wu}/W_w + D_u/A_w = f_{wu}$$

da cui si ricava:

$$M_{wu} = (f_{wu} - D_u/A_w)W_w$$

Il momento di rottura dell'intera sezione è dato quindi dalla relazione:

$$M_u = M_{wu} + D_u z = (f_{wu} - D_u/A_w)W_w + D_u z = f_{wu} W_w + D_u (z - W_w/A_w)$$

Che può essere scritta nella forma più espressiva:

$$M_u = f_{wu} W_w + D_u (z - W_w/A_w) = f_{wu} W_w + D_u (z - h_w/6)$$

Si ha pertanto:

$$M_u = [65 \cdot 512 + 155.4 \cdot (144.6 - 26.7)] \cdot 10^{-3}$$
$$M_u = 33.28 + 18.32 = 51.60 \text{ kNm}$$

a fronte di valori sperimentali pari a 45.8 kNm per la trave tipo A e pari a 44.2 kNm per la trave tipo B.

Il valore della resistenza ultima del legno $f_{wu} = 65 \text{ N/mm}^2$ è quello riscontrato nelle due prove sperimentali ed è stato adottato nel calcolo per confrontare il valore del momento ultimo teorico con quello sperimentale.

A livello progettuale si può adottare, per legname di prima qualità, un valore $f_{wu} = 40 \text{ N/mm}^2$, col quale il momento ultimo diviene:

$$M_u = 20.48 + 18.32 = 38.80 \text{ kNm}$$

Rispetto al momento di esercizio si ha quindi un coefficiente di sicurezza:

$$n = \frac{38.80}{6.50} = 5.9$$

Bibliografia

Le pubblicazioni sono in internet:

<http://civserv.ing.unibs.it/utenti/gelfi/ricerca/elepub.html>

- /1/ Gelfi, P., Giuriani, E., “Travi miste in legno-calcestruzzo con connettori a piolo”, Atti del “II Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte” Dip. Di Analisi e Progettazione Strutturale, Università di Napoli Federico II, 22-23 giugno 1995.
- /2/ Gelfi, P., Giuliani, E., Marini, A. “Comportamento della connessione a piolo nelle travi miste in legno e calcestruzzo: modellazione teorica e confronti sperimentali”, Atti del “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Università di Ancona, 29-30 ottobre 1998.