

Politecnico di Milano
Corso di Perfezionamento per le
Costruzioni in Cemento Armato
Fratelli Pesenti

STUDI E RICERCHE
n°11 1989

Italcementi S.p.A. - Bergamo Editrice



STUDI E RICERCHE - Vol. 11, 1989.

Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti
Politecnico di Milano, Italia.

STUDIO SPERIMENTALE DEI RAMI INSTABILI
DI UNA TRAVE IN CEMENTO ARMATO CON SEZIONE A T

P. Gelfi(*), G. Plizzari(**)

SOMMARIO

Il presente lavoro riguarda lo studio sperimentale del legame momento-curvatura di una trave in cemento armato con sezione a T, sottoposta a momento negativo variabile. Il metodo del moirè consente di valutare la curvatura locale di ogni tronco di trave contenente una fessura. Lo studio si propone inoltre di fornire indicazioni sulla possibilità di estendere alle travi con sezione a T i risultati teorici acquisiti per le travi a sezione rettangolare soggette a picchi di momento. Viene infine proposto un modello numerico per la simulazione del comportamento non lineare delle travi in cemento armato.

I risultati mostrano un notevole incremento di curvatura nel passaggio dal primo stadio non fessurato al secondo stadio fessurato, data la particolare forma della sezione. Il quadro fessurativo risulta regolare ed in buon accordo con i risultati teorici. La simulazione numerica fornisce una previsione accurata delle deformazioni della trave.

(*) Ricamatore, Facolta' di Ingegneria, Dip. di Ingegneria Civile, Universita' di Brescia.

(**) Borsista EULO presso la Facolta' di Ingegneria, Dip. di Ingegneria Civile, Universita' di Brescia.

1. INTRODUZIONE

Il calcolo non lineare delle strutture a trave in cemento armato richiede la conoscenza della effettiva deformabilità flessionale, espressa attraverso il legame momento-curvatura. Per i carichi di esercizio risulta determinante l'effetto della fessurazione e del tension stiffening /1,2/ mentre per lo stadio ultimo tali effetti risultano importanti per il controllo della deformazione al crescere del carico /3,4,5/. Come è stato mostrato in /1,2,6/ l'analisi non lineare richiede la conoscenza dei legami tra i momenti e le curvature locali definite come curvature medie del tronco di trave contenente una sola fessura. Tali legami differiscono sensibilmente da quelli delle curvature medie valutate su travi soggette a momento costante, come è stato messo in evidenza in /7/. Per cogliere tali differenze risulta particolarmente efficace il metodo interferometrico del moiré per sovrapposizione di retini applicati sulle facce della trave /7,8,9/. Con tale metodo, che consente di valutare l'intero campo di spostamenti, è infatti possibile superare la difficoltà che si incontra nell'applicazione delle tecniche tradizionali estensimetriche, connesse con l'impossibilità di conoscere a priori la posizione delle fessure e quindi la posizione degli strumenti.

Le differenze tra i legami delle curvature locali e medie sono particolarmente sensibili per le travi debolmente armate dato che il passaggio dal primo al secondo stadio avviene con notevole discontinuità di curvatura, brusca caduta di momento e tension stiffening praticamente costante /10,11/. Nel caso delle curvature medie, invece, il legame momento-curvatura è caratterizzato da un passaggio più graduale /6/. La caduta di momento flettente dopo la formazione della fessura risulta particolarmente vistosa per le sezioni a T sottoposte a momento flettente negativo, come è stato mostrato teoricamente in /11/.

Per sezioni rettangolari sono già disponibili alcuni risultati sperimentali che confermano le previsioni teoriche sulle cadute di momento /7,8,12/. Nessuna conferma sperimentale invece è stata ancora ottenuta per le travi con sezione a T sottoposte a momento negativo. Per tali sezioni i risultati teorici mostrano delle vistose cadute di momento nel passaggio dal primo stadio non fessurato al secondo stadio fessurato.

Il presente lavoro ha lo scopo di fornire uno studio sperimentale dettagliato dei legami momenti curvature locali per sezioni a T sottoposte a

momento negativo, impiegando la tecnica del moirè. Per superare la difficoltà sperimentale di disporre i retini sulla intera fiancata della trave, non essendo questa piana, si ricorre ad una sezione ad U rovescia che, in via di principio, ha lo stesso comportamento flessionale della sezione a T.

Lo studio sperimentale si propone inoltre di fornire indicazioni sulla possibilità di estendere alle travi con sezioni a T i risultati teorici validi per le travi a sezione rettangolare in corrispondenza dei picchi di momento /13,14/. A tal fine la prova è stata condotta su una trave iperstatica su tre appoggi, sottoposta a distorsioni crescenti.

Viene infine proposta una simulazione numerica, basata sui valori teorici del legame momento-curvatura locale e della distanza tra le fessure, del comportamento non lineare della trave iperstatica. I risultati numerici vengono confrontati con i risultati sperimentali.

2. CARATTERISTICHE DELLA TRAVE E DEL BANCO

La prova sperimentale è stata eseguita su una trave avente sezione a U rovescia, vincolata al banco di prova secondo lo schema statico di Fig.1. La posizione non simmetrica dell'appoggio intermedio divide la trave in due tratti aventi valori dell'azione tagliante notevolmente diversi (nel rapporto di circa 1 a 3).

La sezione è armata con 3 barre ϕ 8 ad aderenza migliorata in acciaio ad elevato limite di snervamento ($f_{sy} = 565$ MPa), le cui caratteristiche sono riportate in Tab.1. La percentuale geometrica di armatura, valutata sul rettangolo avente la larghezza della zona compressa (10 cm), è pari al 0.70%. Durante il getto la sezione era capovolta rispetto alla posizione assunta durante la prova (Fig.2) e quindi l'armatura si trovava nella parte inferiore del cassero, favorevole nei riguardi dell'aderenza. Per mantenere in posizione le armature sono stati adottati 3 distanziatori in tondo ϕ 4, sagomati ad U e disposti in modo da dividere la trave in 4 parti uguali (Figg.2b,6,7b).

Le principali caratteristiche del calcestruzzo sono illustrate in Tab.2: si può notare che il tipo di cemento impiegato (R 525) ed il basso rapporto acqua/cemento (0,35) hanno consentito di ottenere un calcestruzzo con elevate caratteristiche meccaniche.

Il banco è costituito da una trave in cemento armato molto rigida,

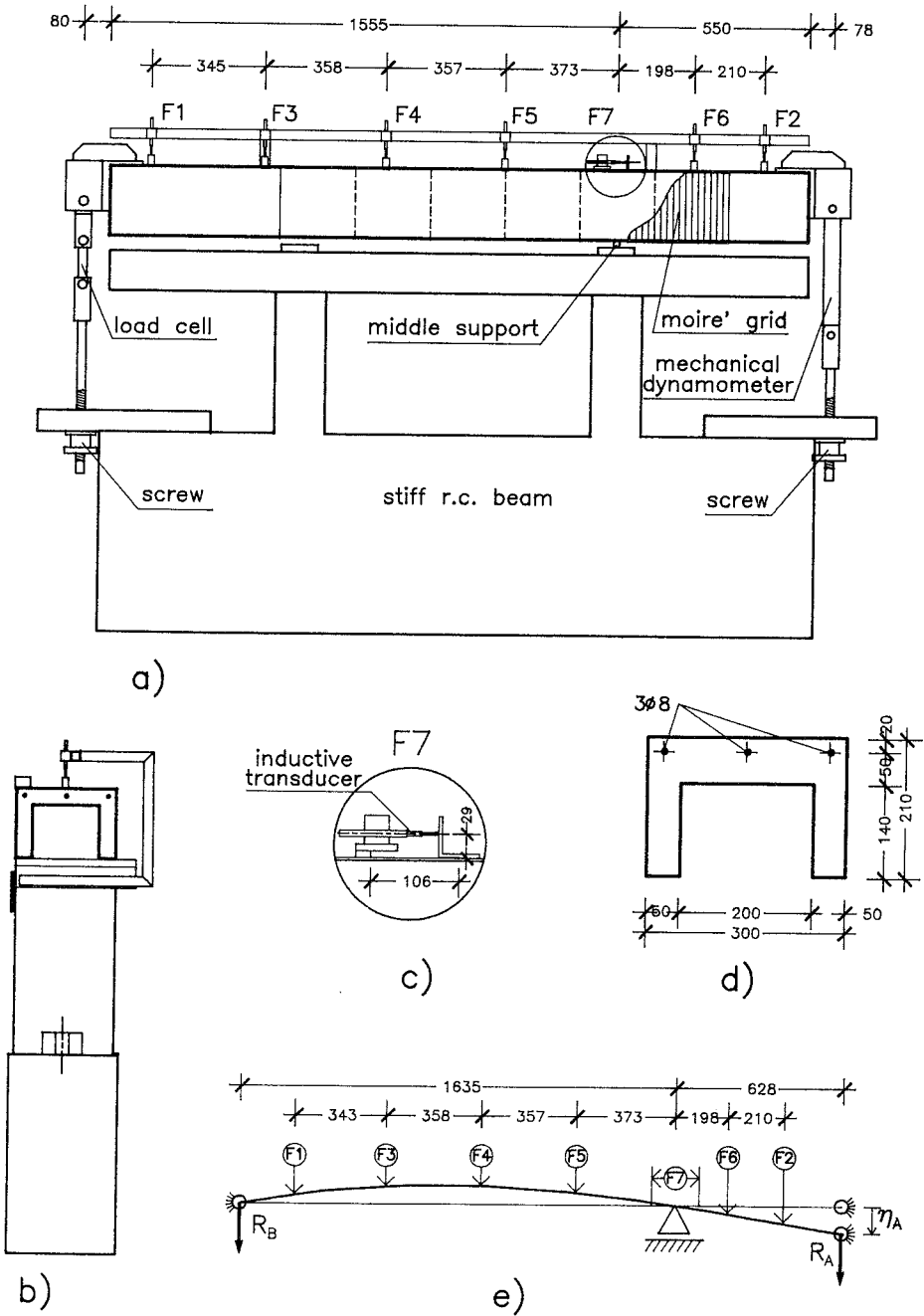


Fig. 1 - Caratteristiche della trave e del banco.

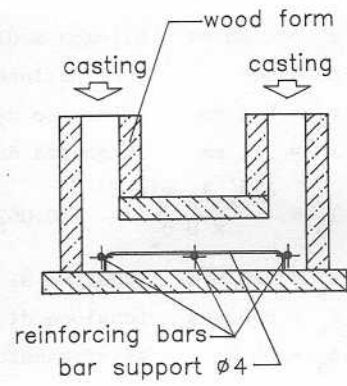
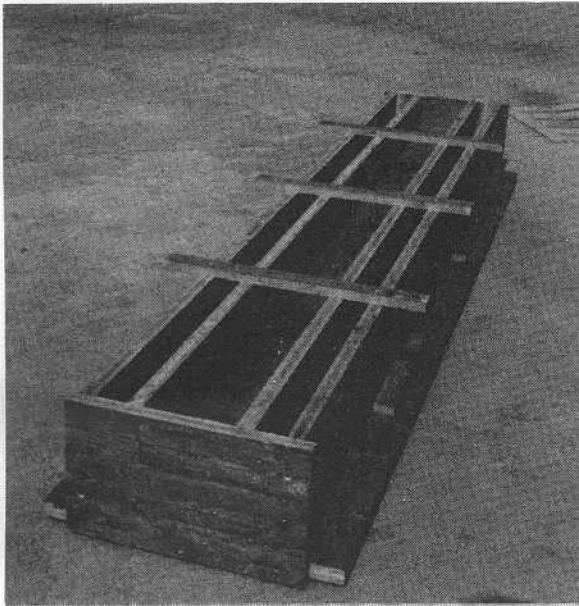


Fig. 2 - Caratteristiche del cassero.

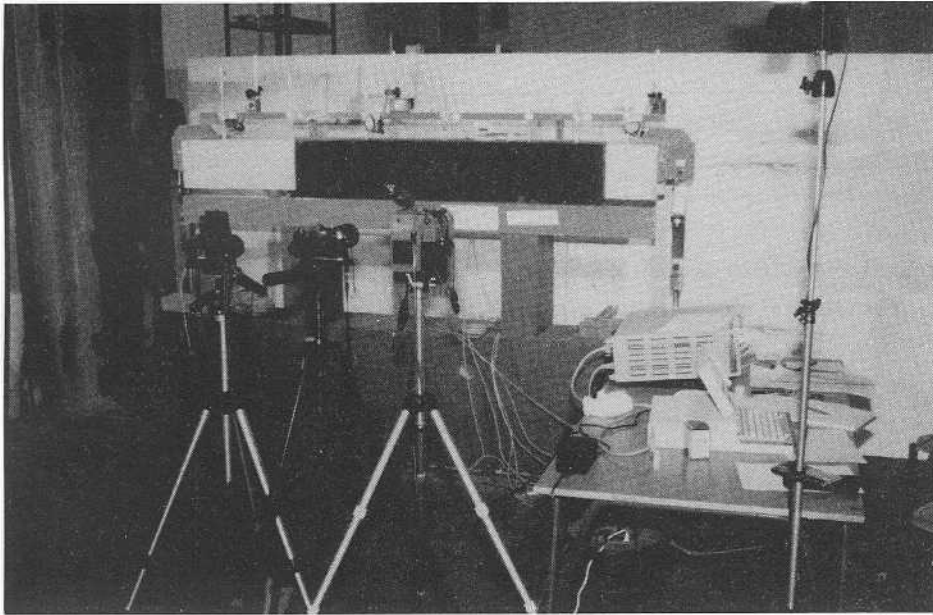


Fig. 3 - Apparecchiatura sperimentale e banco di prova.

TABELLA 1 - Caratteristiche dell'acciaio

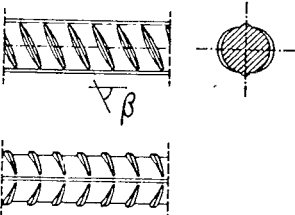
$D = 7.5 \text{ mm}$	diametro del nocciolo	
$\phi = 8 \text{ mm}$	diametro nominale	
$a_m = 0.35 \text{ mm}$	altezza media nervature	
$\beta = 60^\circ$	inclinazione delle nervature	
$c_s = 5.4 \text{ mm}$	interasse delle nervature	
$l_r = 11 \text{ mm}$	lunghezza delle nervature	
$I_R = \frac{2 a_m l_r \sin \beta}{\pi D c_s} = 0.052 \text{ indice di aderenza}$		
$f_y = 565 \text{ MPa}$	tensione di snervamento	
$f_t = 696 \text{ MPa}$	tensione di rottura	
$A_5 = 23 \%$	allungamento a rottura	

TABELLA 2- Composizione e caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

- cemento Portland bianco 525 (dosaggio 350 Kg/m^3)

- rapporto acqua/cemento A/C = 0.35

- additivo superfluidificante (dosaggio 1% sul peso del cemento)

- slump 12 cm

- granulometria degli inerti:

diam. inerte [mm]	15-7	7-3	3-1	1-0.5	0.5-0
%	35	25	22	8	3

Caratteristiche meccaniche:

- resistenza cubica media a 28 gg. (4 cubi) $f_{cc} = 59.8 \text{ MPa}$

- resistenza cilindrica media alla data della prova (4 cilindri) $f_c = 57.9 \text{ MPa}$

- modulo elastico all'origine $E_c = 37000 \text{ MPa}$

- resistenza cilindrica media a trazione diretta a 28 gg $f_{ct} = 3.68 \text{ MPa}$

- resistenza cilindrica media a trazione diretta alla data della prova $f_{ct} = 4.74 \text{ MPa}$

- età del calcestruzzo all'atto della prova 700 gg.

con rigidezza 50 volte superiore a quella della trave sperimentale, in modo che l'energia elastica accumulata non provochi eccessivi incrementi di deformazione della trave sperimentale durante la formazione delle fessure, condizione necessaria per cogliere i rami discendenti del legame momento-curvatura (Figg.1,3). Il tenditore di destra è costituito da un anello dinamometrico, a forma di losanga, molto rigido, strumentato con un comparatore millesimale (Fig.4a), mentre nel tenditore di sinistra è inserita una barra in acciaio strumentata con strain-gauges, collegati alla centralina di acquisizione dati (Fig.4b).

Gli spostamenti verticali della trave sono stati misurati con l'ausilio di trasduttori di spostamento di tipo induttivo (F1+F6 di Fig.1a), disposti sull'estradosso della trave e vincolati ad un'asta di riferimento scarica solidale con il banco. Le letture del trasduttore F7, disposto orizzontalmente all'estradosso della trave (Fig.1c), hanno consentito il calcolo dell'apertura della fessura sull'appoggio. I trasduttori di spostamento e gli strain-gauges per la misura della reazione erano collegati ad una centralina tipo HBM-UPM60, a sua volta interfacciata con un personal computer per la memorizzazione dei dati e la loro visualizzazione grafica durante la prova.

La trave è stata inoltre analizzata con la tecnica interferometrica del moirè per sovrapposizione di retini, già adottata in precedenti prove sperimentali /7,8,9/. I retini, di 40 linee/mm, su pellicola fotografica con supporto staccabile (stripping), sono stati incollati su una faccia laterale della trave con le linee disposte verticalmente. I retini di riferimento sono stati fatti aderire ai precedenti con interposizione di olio dopo aver strappato il supporto trasparente della pellicola stripping. Due frange adiacenti indicano una differenza di spostamento orizzontale di 0.0254 mm.

3. MODALITA' DI PROVA

Al fine di cogliere i rami discendenti del legame momento-curvatura la prova è stata condotta imponendo lo spostamento η_A (Fig.1e) mediante un tenditore a vite. Gli incrementi di reazione R_A per ogni passo di carico sono stati di circa 700 N con una velocità media di carico pari a 2000 N/h (Fig.5). Prima di procedere al passo di carico successivo si è attesa la stabilizzazione della reazione R_A , cioè quando la sua variazione risultava

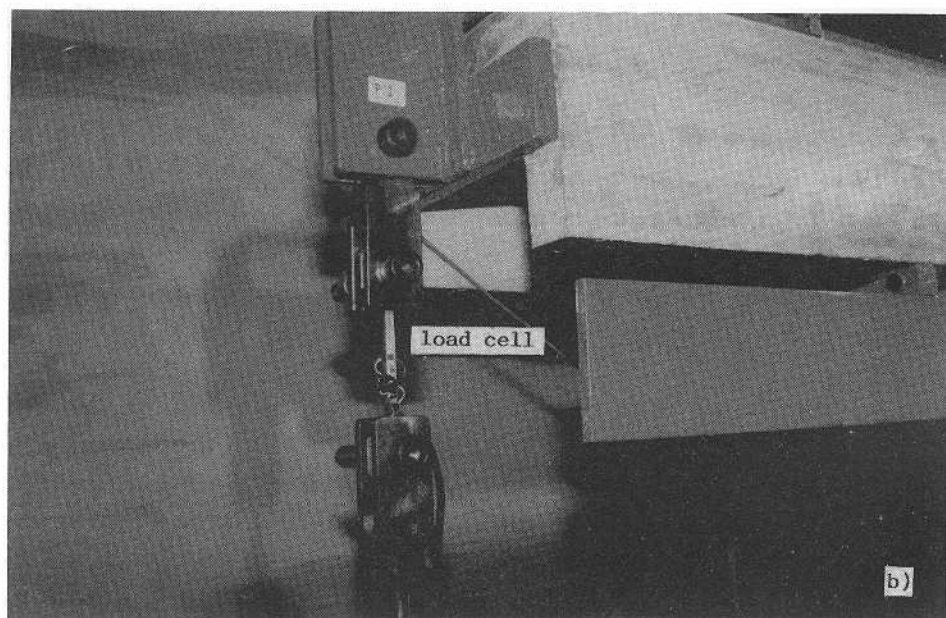
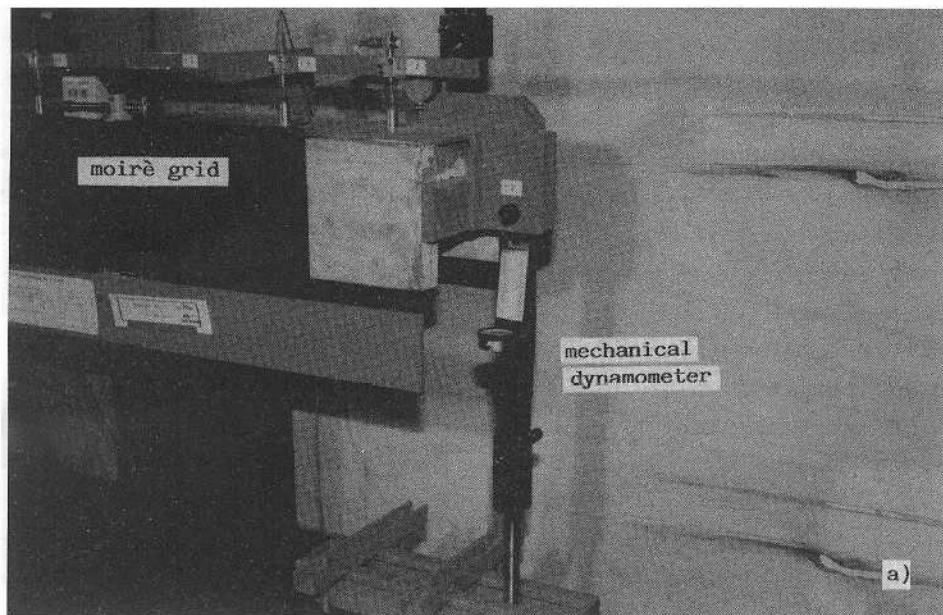


Fig. 4 - Particolare dinamometro a losanga (a) e particolare cella di carico (b).

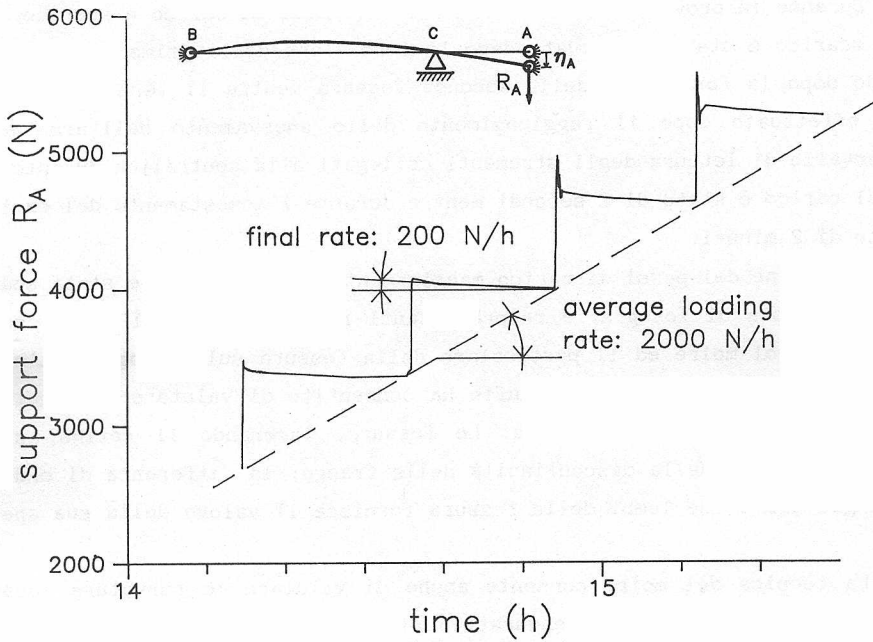


Fig. 5 - Andamento della reazione R_A in funzione del tempo.

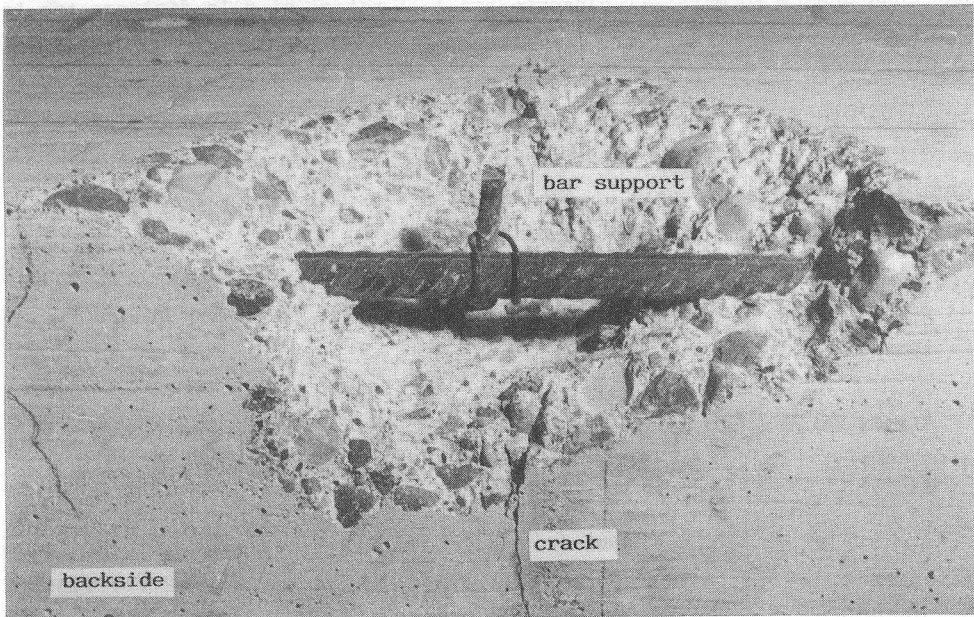


Fig. 6 - Particolare della barra distanziatrice in corrispondenza della fessura.

inferiore a 200 N/h.

Durante la prova sono stati eseguiti tre cicli di carico e scarico. Il primo scarico è stato effettuato dopo la formazione della prima fessura, il secondo dopo la formazione della seconda fessura mentre il terzo scarico è stato effettuato dopo il raggiungimento dello snervamento dell'armatura. L'intervallo di lettura degli strumenti collegati alla centralina durante la fase di carico è stato di 2 secondi mentre durante l'assestamento del carico è stato di 2 minuti.

Alla fine dei passi di carico maggiormente significativi è stata scattata una coppia di fotografie rappresentanti rispettivamente l'intera zona investigata col moirè ed il particolare della fessura sull'appoggio. L'elaborazione successiva delle fotografie ha consentito di valutare la penetrazione e l'apertura delle fessure. Le fessure, lacerando il retino, sono messe in evidenza dalla discontinuità delle frange; la differenza di ordine di frangia tra i due lembi della fessura fornisce il valore della sua apertura.

La tecnica del moirè consente anche di valutare le curvature locali /7,8/. Conosciuto il quadro fessurativo finale è possibile infatti individuare le sezioni di mezzaria tra due fessure attigue. Rispetto a tali sezioni è quindi possibile valutare le rotazioni relative anche quando le fessure non sono ancora formate. Il rapporto tra tali rotazioni e la distanza tra le sezioni di riferimento viene assunta come curvatura locale. Le rotazioni sono ottenute dagli spostamenti orizzontali del lembo teso e compresso della trave valutati mediante le frange. Tali rotazioni non sono facilmente misurabili con le metodologie tradizionali (trasduttori di spostamento) perchè a priori non è nota la posizione delle fessure e quindi non sono collocabili esattamente gli strumenti di misura.

L'intera prova è stata inoltre registrata con una telecamera; questo ha consentito di analizzare dettagliatamente l'evoluzione del quadro fessurativo della trave.

4. RISULTATI

Le Figg.7a,b,c mostrano il quadro fessurativo finale per le facce laterali e la faccia superiore della trave. La numerazione delle fessure corrisponde all'ordine di formazione. Le fessure si sono formate regolarmen-

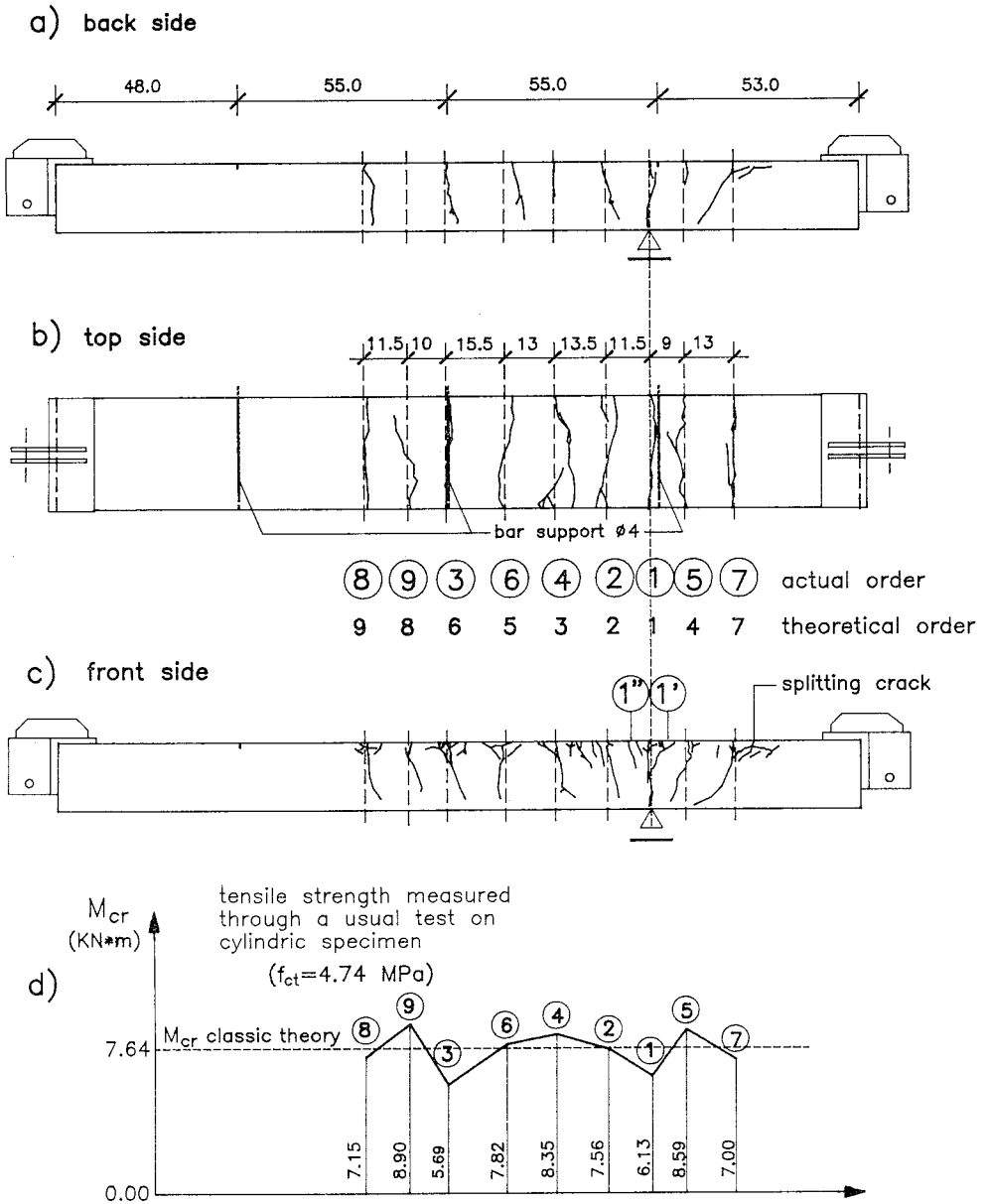


Fig. 7 - Quadro fessurativo finale: faccia posteriore (a); faccia superiore (b); faccia anteriore (c); diagramma dei momenti di prima fessurazione (d).

te a partire dalla sezione più sollecitata come previsto teoricamente in /13/, fatta eccezione per la fessura 3 che avrebbe dovuto formarsi al posto della 4. La causa di questo comportamento anomalo è attribuibile alla presenza della barra trasversale ϕ 4, con funzione di sostegno per le armature durante l'operazione di getto (Figg.2,6). In Fig.7b, sotto la numerazione delle fessure, è riportato l'ordine teorico di formazione nell'ipotesi di momento di prima fessurazione M_{cr} costante.

In Fig.7d sono riportati i valori sperimentali di M_{cr} nelle varie sezioni. Per un utile confronto nella stessa figura è riportato anche il corrispondente valore teorico ottenuto dal prodotto della resistenza a trazione f_{ct} del calcestruzzo, valutata sui provini cilindrici al momento della prova, per il modulo di resistenza a flessione della sezione omogeneizzata W_{id} . Si nota che in corrispondenza delle fessure 1 e 3 la presenza delle barre distanziatrici ϕ 4 ha ridotto del 20-25% il valore del momento di prima fessurazione. Si può notare inoltre che i valori di M_{cr} , escludendo le fessure 1 e 3, si mantengono praticamente costanti.

Le fessure hanno andamento quasi perpendicolare all'asse della trave ad esclusione delle fessure 5 e 7 che sono più inclinate per la maggior influenza del taglio nella parte destra della trave.

Adottando per la valutazione della distanza l tra le fessure la formula proposta in /13/, valida per travi soggette a momento flettente variabile:

$$l = \frac{M_{cr}}{\zeta h n \pi \phi \bar{\tau} - T} \quad (1)$$

dove: M_{cr} = momento di prima fessurazione teorico = 7.64 KNm
 ζh = braccio della coppia interna
 n = numero delle barre = 3
 $\bar{\tau}$ = sforzo medio di aderenza
 T = taglio nella fessura adiacente precedente.

ed assumendo $\bar{\tau} = 5$ MPa, valore plausibile per la qualità del calcestruzzo usato, si ottengono le distanze teoriche tra le fessure riportate in Tab.3. Nella stessa tabella sono riportati anche i valori sperimentali. Si nota il buon accordo con i risultati teorici per le fessure localizzate nel tratto di trave più lungo, mentre nel tratto più corto le distanze teoriche risul-

tano notevolmente maggiori di quelle sperimentali. Questa differenza potrebbe essere attribuita a fenomeni diffusivi legati al taglio, non messi in conto dalla formula teorica, sui quali sono in corso ulteriori approfondimenti.

TABELLA 3

N. Fessura	7	5	1	2	4	6
Taglio [N]	16837	15605	4206	5316	5572	
l teorica [cm]	15.6	15.2	12.4	12.6	12.7	
l sperimentale	13.0	9.0	11.5	13.5	13.0	

In Fig.7c si può notare la presenza di fessure di splitting al livello dell'armatura, la più evidente delle quali si è formata in corrispondenza della fessura 7. Non è stato possibile misurare l'ampiezza di queste fessure in quanto i retini di moirè erano disposti con le linee verticali per poter misurare gli spostamenti orizzontali.

L'elaborazione dalle frange di moirè, fotografate durante i passi di carico più significativi della prova (Appendice III), ha consentito di costruire i diagrammi del momento flettente, dell'apertura delle fessure al livello delle armature e della loro penetrazione, in funzione della curvatura locale (Figg. 8-10).

In particolare nella Fig.8, che si riferisce alla fessura 1, limitatamente al legame momento-curvatura locale, sono riportati, oltre ai punti sperimentali ottenuti dall'elaborazione delle frange moirè, una curva a tratto continuo che rappresenta lo stesso legame ottenuto dall'elaborazione dei dati della centralina. Tale elaborazione è stata possibile in quanto, essendo conosciuta a priori la posizione della fessura 1, è stato applicato appositamente il trasduttore di spostamento F7 (Figg.1a,1c). La base di misura del trasduttore, scelta in accordo ad una valutazione teorica delle distanze delle fessure, si è dimostrata in buon accordo con la effettiva lunghezza Δl del tronco di trave contenente la fessura 1. La rotazione relativa $\Delta\phi$ tra le sezioni di estremità del concio è stata ottenuta dividendo la differenza degli spostamenti orizzontali superiori (misurati dal trasduttore F7) ed inferiori (al lembo compresso) per la distanza tra il trasduttore ed il lembo inferiore della trave. Gli spostamenti al lembo inferiore della trave sono stati calcolati integrando la distribuzione delle deformazioni ipotizzata lineare tra il valore in corrispondenza della fessura, valutato a

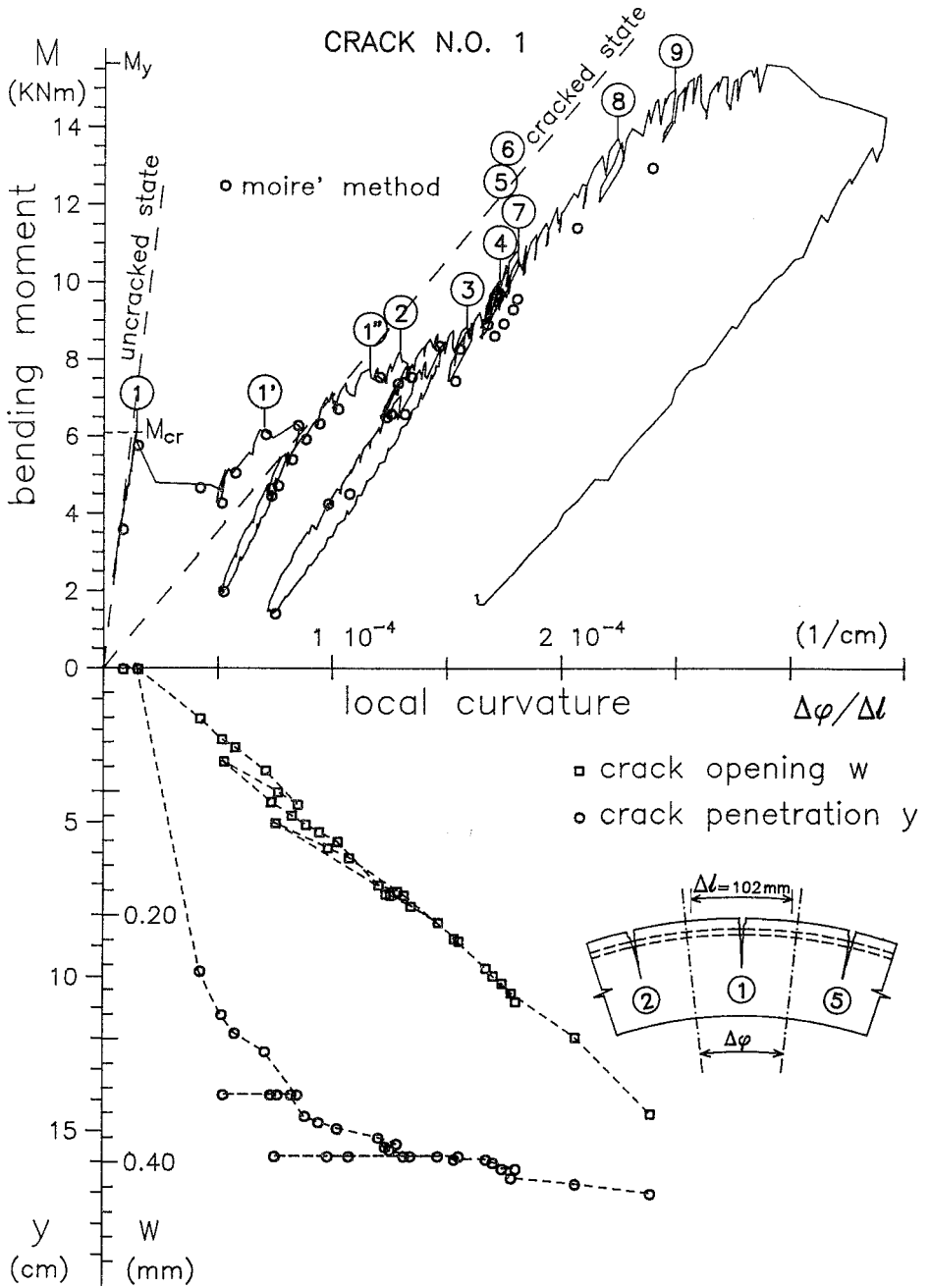


Fig. 8 - Diagramma del momento flettente, dell'apertura w e della penetrazione y della fessura 1 in funzione della curvatura locale.

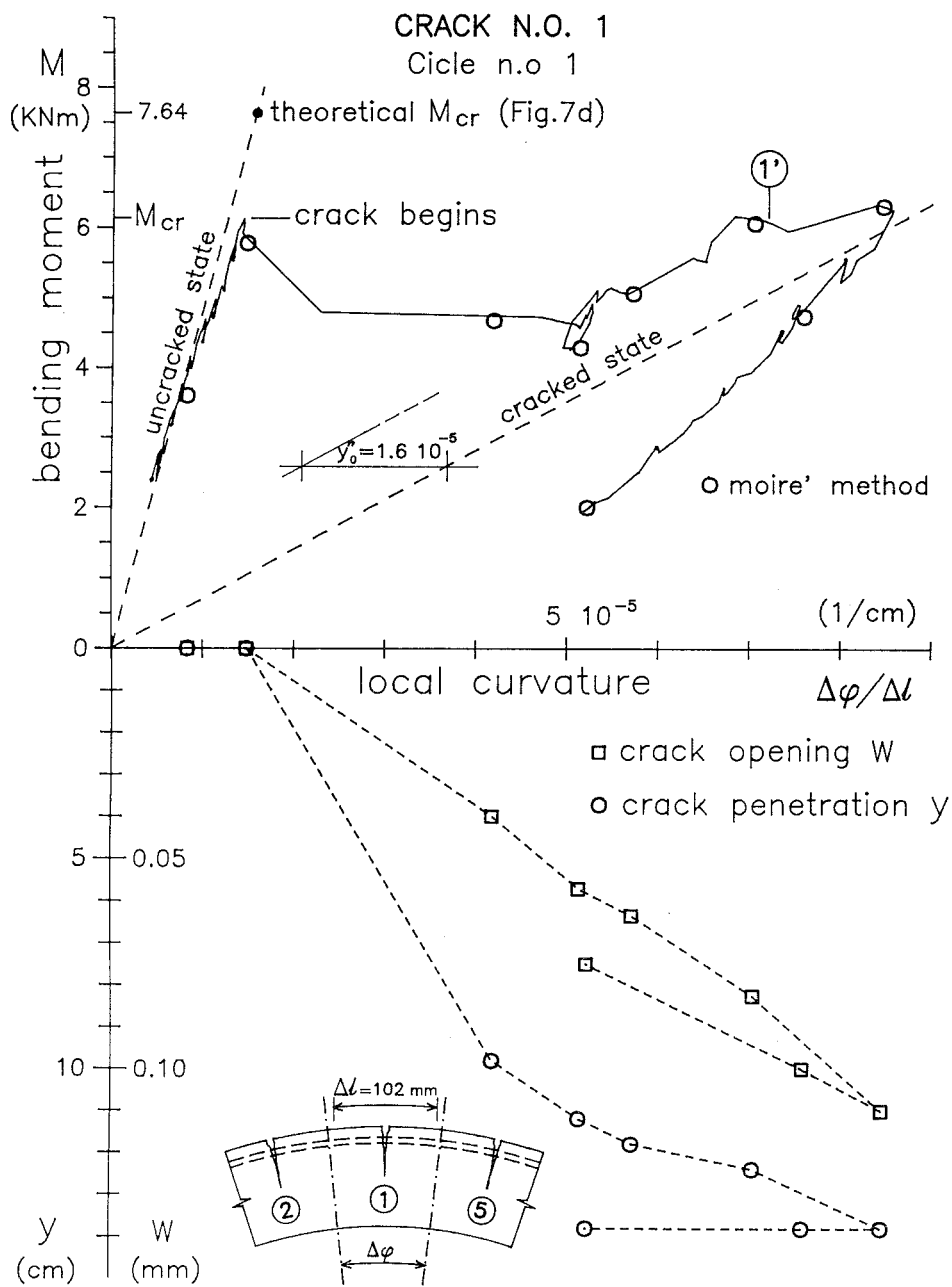


Fig. 9 - Diagramma del momento flettente, dell'apertura w e della penetrazione y della fessura 1 in funzione della curvatura locale, per il primo ciclo di carico.

sezione parzializzata, ed il valore alle estremità del concio, valutato con larga approssimazione a sezione interamente reagente.

La frequenza di lettura dei dati della centralina ha consentito di analizzare più dettagliatamente le fasi della prova mettendo bene in evidenza anche la formazione delle fessure successive. Nonostante l'approssimazione nella valutazione degli spostamenti al lembo compresso, peraltro poco influente, si può notare il buon accordo con i punti sperimentali ottenuti con la tecnica del moirè. Il diagramma mostra un tratto orizzontale che indica lo snervamento dell'acciaio alla conclusione della prova. Le rette interpolatrici dei tratti discendenti dei primi due cicli di carico sembrano convergere in un unico punto posto sul lato negativo dell'asse dei momenti flettenti ad una distanza pari all'incirca al momento di prima fessurazione.

Occorre osservare che il diagramma attraversa la retta della soluzione della teoria classica per le sezioni parzializzate. Questo andamento anomalo potrebbe essere attribuito al fatto che il tratto di scollamento dell'acciaio, che inizialmente partiva dalla fessura 1, dopo la formazione delle fessure secondarie 1' e 1" (Fig.7c), si è spostato, andando ad interessare i concii relativi alle fessure 2 e 5 (non ancora formatesi). E' così aumentata la rotazione del concio 1, a causa della maggior lunghezza del tratto di acciaio soggetto a scorrimenti relativi rispetto al calcestruzzo. Ciò avrebbe comportato una corrispondente diminuzione delle rotazioni nei concii adiacenti contenenti le fessure 2 e 5. Una volta formatesi anche queste fessure, il legame momento-curvatura è tornato parallelo alla retta della teoria classica per le sezioni parzializzate, il che confermerebbe l'interpretazione data. Alla luce di questa interpretazione la formazione delle fessure 1', 1", 2, 5 dovrebbe essere legata, oltre che all'aderenza, anche alla presenza di fenomeni diffusivi in corrispondenza dell'appoggio.

Le curve dell'apertura e della penetrazione della fessura mostrano che, date le caratteristiche geometriche della sezione, le armature non hanno influenzato la penetrazione della fessura /14,15/. L'apertura massima della fessura 1 è risultata di 0.36 mm, mentre la penetrazione massima è risultata di 17 cm; il rapporto tra l'altezza della zona compressa e l'altezza utile è risultato quindi pari a 0,21.

La Fig.9 mostra le stesse curve della Fig.8 limitatamente al primo ciclo di carico, per mettere meglio in evidenza i fenomeni legati al passaggio dal primo al secondo stadio della fessura 1. Nella stessa figura è riportato il valore teorico convenzionale del momento di prima fessurazione

($M_{cr} = f_{ct} W_{id}$). Si può notare che la caduta del momento flettente che si sarebbe verificata senza il disturbo della barra trasversale di sostegno sarebbe stata verosimilmente pari al 40%, valore in buon accordo con i risultati teorici riportati in /11/. Si deve tener conto che il sistema costituito dal banco e dalla trave stessa non erano sufficientemente rigidi per consentire la misura di tutti i punti del passaggio dal primo al secondo stadio e quindi di cogliere il valore minimo del momento flettente nel ramo instabile.

Le curve di Fig.10 si riferiscono alla fessura 4 formatasi durante il terzo ed ultimo ciclo di carico; per questa fessura i punti sperimentali sono stati ottenuti solamente dall'elaborazione delle frange moirè. Si può notare come si sia verificato solo un modesto abbattimento del valore del momento flettente. Tale comportamento è dovuto sia al fatto che la trave è complessivamente meno rigida rispetto alla fase di formazione della fessura 1, sia al fatto che la rotazione $\Delta\phi$ dovuta all'apertura della fessura 4 implica, per la sua posizione nella trave, una variazione minore dello spostamento η_A e quindi una minore riduzione della reazione R_A essendo lo spostamento imposto. Al fine di poter cogliere tutti i punti del ramo instabile del legame momento-curvatura locale si dovrebbe controllare direttamente la rotazione locale $\Delta\phi$ come in /12/ e non lo spostamento η_A dell'appoggio che influenza la deformabilità dell'intera trave.

Nella Fig.9 è riportato, per la fessura 1, il valore del tension stiffening $y_0'' = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$, misurato sulla base dei punti sperimentali precedenti la formazione della micro-fessura 1'; la Fig.10 mostra invece che per la fessura 4 il tension stiffening vale $2.1 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$.

Adottando, per la valutazione del tension stiffening, la formula approssimata proposta in /2/:

$$y_0'' = \frac{\bar{\tau} p \Delta l}{4 h A_s E_s} = \frac{\bar{\tau}}{E_s} \frac{\Delta l}{h \phi} \quad (2)$$

dove: h = altezza utile della sezione
 p, A_s, ϕ = perimetro, area, diametro delle barre

si ha un buon accordo con entrambi i risultati sperimentali, assumendo lo stesso valore $\bar{\tau} = 5 \text{ MPa}$, già adottato per il calcolo della distanza teorica delle fessure.

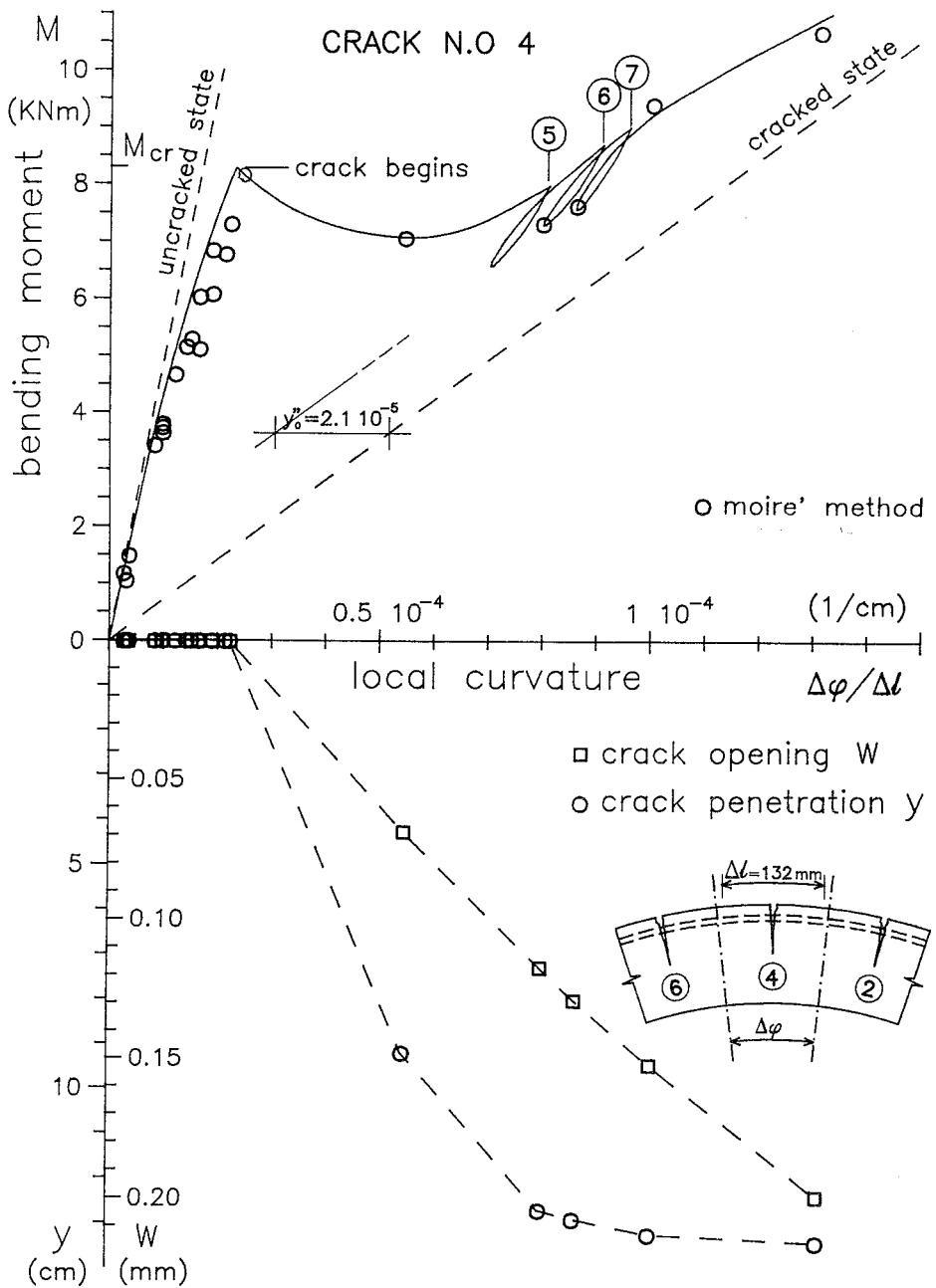


Fig.10 - Diagramma del momento flettente, dell'apertura w e della penetrazione y della fessura 4 in funzione della curvatura locale.

In Fig.11 è riportato il diagramma della reazione R_A in funzione dello spostamento η_A , calcolato attraverso le letture dei flessimetri F1 e F2, tenendo conto che nella realtà questi erano leggermente arretrati rispetto ai vincoli di estremità. Il diagramma mette in evidenza le cadute della reazione iperstatica R_A in corrispondenza alla formazione delle varie fessure. Si può notare che la diminuzione di reazione varia al variare dell'ordine e della posizione delle fessure per i motivi descritti precedentemente. Nella stessa figura sono riportate le due rette che rappresentano la soluzione della teoria classica per le sezioni interamente reagenti e per le sezioni parzializzate.

5. SIMULAZIONE NUMERICA

Viene proposto un codice di calcolo per modellare numericamente il comportamento della trave sperimentale e poter valutare l'affidabilità di una previsione teorica delle deformazioni delle travi in regime fessurato. La trave viene discretizzata in tronchi, nella mezzaria dei quali è prevista la formazione di una fessura. Per ciascun concio si assume un legame momento-curvatura idealizzato con la bilatera di Fig.13 /2/, con parametri che possono variare da un concio all'altro.

Il calcolo procede individuando i vertici della spezzata di Fig.14 nel modo seguente:

- a) stabiliti per ogni fessura la posizione ed il valore di M_{cr} , se ne determina l'ordine di formazione;
- b) si calcola il valore R_{cr}^1 della forza che provoca il raggiungimento del momento di prima fessurazione M_{cr}^1 nella sezione 1. A tale forza corrispondono rispettivamente gli spostamenti η_{cr}^1 ed η_{II}^1 con trave avente il concio 1 in regime non fessurato (I stadio) e fessurato (II stadio);
- c) si calcola il valore R_{cr}^2 che determina M_{cr}^2 nella seconda fessura. A tale valore corrisponde lo spostamento η_{cr}^2 con trave avente il solo concio 1 in regime fessurato.

Se la trave fosse isostatica il diagramma forza-spostamento seguirebbe la spezzata OACD... di Fig.14. Nel caso della trave sperimentale vengono invece imposti gli spostamenti e quindi, se il banco di prova fosse infinitamente rigido, se cioè si controllasse esattamente lo spostamento η di Fig.15, il diagramma seguirebbe la spezzata OAB'DD'... In realtà, nonostante

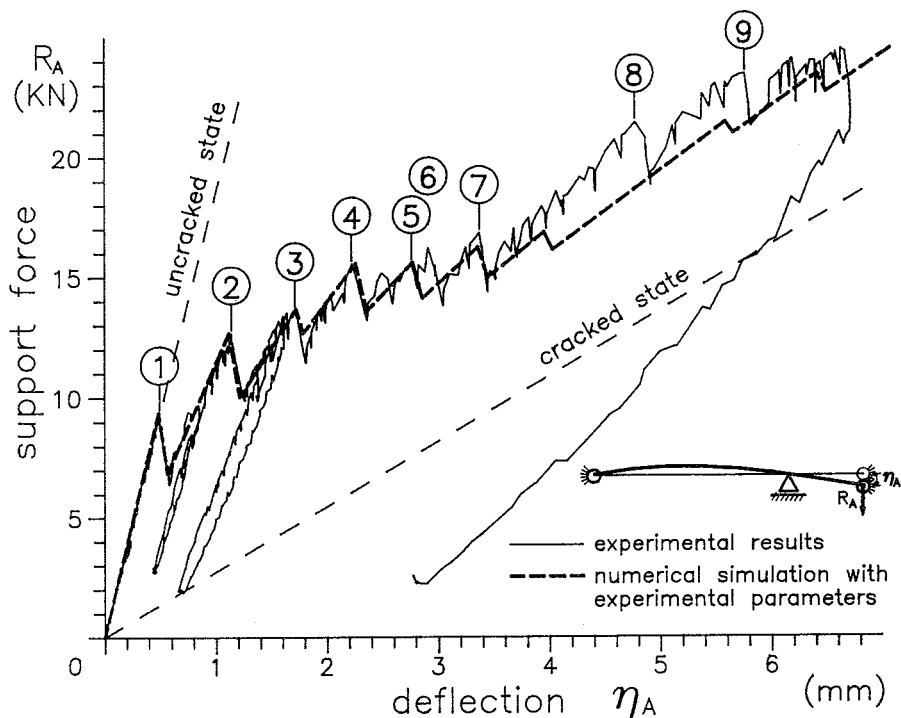


Fig.11 - Diagramma sperimentale e simulazione numerica, con i parametri sperimentali, del legame tra la reazione R_A e lo spostamento η_A .

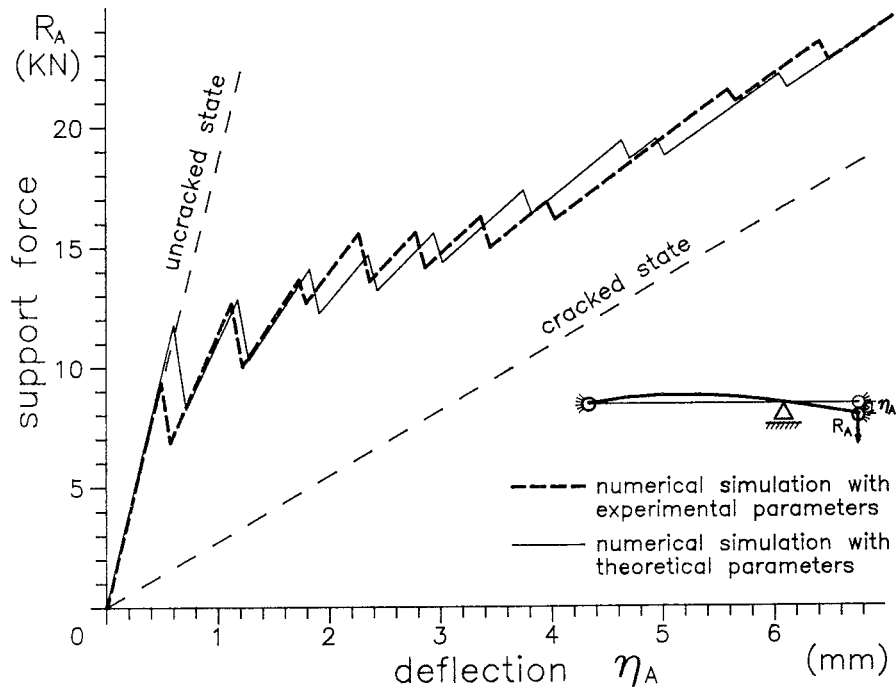


Fig.12 - Confronto fra le simulazioni numeriche del legame $R_A - \eta_A$ con parametri sperimentali e teorici.

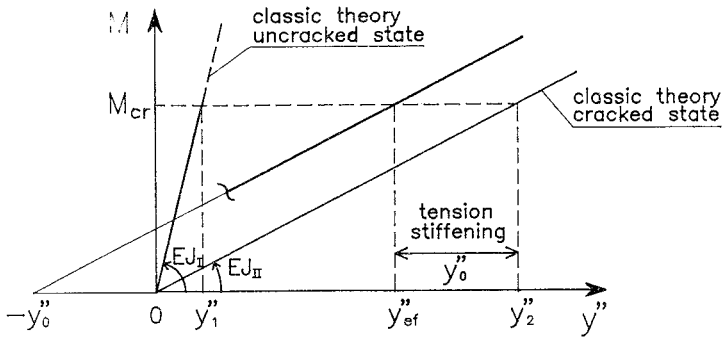


Fig. 13 - Legame momento-curvatura locale assunto per le simulazioni numeriche.

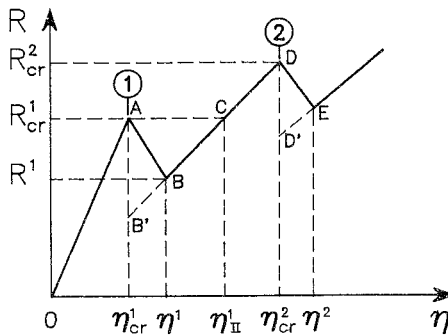


Fig. 14 - Schematizzazione del diagramma teorico della reazione $R_A - \bar{\eta}_A$.

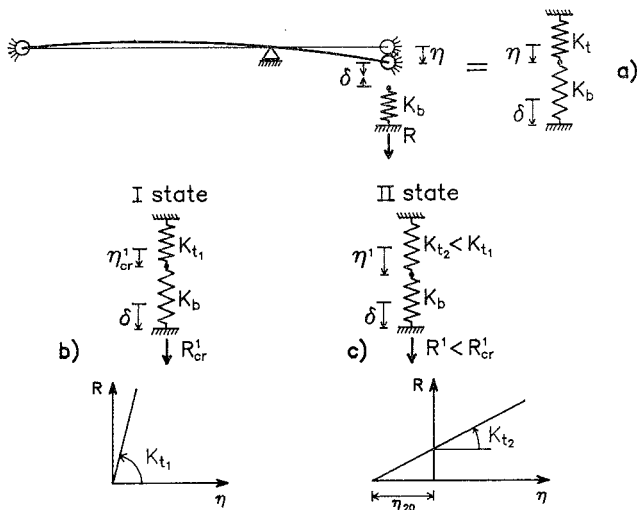


Fig. 15 - Schematizzazioni per il calcolo dell'influenza della deformabilità del banco sul diagramma $R_A - \bar{\eta}_A$.

il basamento del banco sia molto rigido, l'insieme banco, tenditori, barra strumentata, costituisce un sistema con rigidità paragonabile a quella della trave e quindi non si riesce a controllare lo spostamento assoluto η ma lo spostamento relativo δ dell'estremo della trave rispetto al banco. Con riferimento alla simbologia di Fig. 15, indicando con K_b la rigidità complessiva del banco e con K_t la rigidità alla traslazione dell'estremo della trave, si possono scrivere le seguenti relazioni:

dalla Fig.15b
$$\delta = \eta_{cr}^1 + \frac{R_{cr}^1}{K_b} \quad \text{da cui si ricava } \delta$$

dalla Fig.15c
$$\delta = \eta^1 + \frac{R^1}{K_b} = \frac{R^1}{K_{t2}} - \eta_{20} + \frac{R^1}{K_b}$$

da cui si ricava:
$$R^1 = \frac{\delta + \eta_{20}}{1/K_{t2} + 1/K_b}$$

Noto il valore di R^1 si ricava quello di η^1 . Si procede nello stesso modo per le fessure successive.

Nella Fig.11 col diagramma sperimentale è riportato il diagramma di simulazione numerica ottenuto introducendo i valori sperimentali della posizione delle fessure, della lunghezza dei conci, di M_{cr} e del tension stiffening. Il diagramma è in ottimo accordo con quello sperimentale.

Nella Fig.12 vengono messe a confronto la simulazione numerica descritta sopra con quella ottenuta introducendo un valore medio della distanza fra le fessure ($l = 12$ cm) ed i valori teorici del momento di prima fessurazione ($M_{cr} = 7.64$ KNm) e del tension stiffening (Eq.2 con $\bar{\tau} = 5$ MPa). Il confronto fra i due diagrammi mostra la possibilità di ottenere una previsione teorica accurata delle deformazioni delle travi in cemento armato in regime fessurato anche per sezioni a T soggette a momento negativo.

6. CONCLUSIONI

Dal presente lavoro è possibile trarre le seguenti conclusioni:

- vengono confermate le previsioni teoriche sul legame momento-curvatura locale anche per le travi con sezione a T soggette a momento negativo /11/ anche in presenza di materiali di elevata resistenza meccanica;

- la distanza tra le fessure ed i valori del tension stiffening appaiono in buon accordo con le formulazioni teoriche proposte in /2/ e /13/;
- la formulazione numerica proposta fornisce una previsione accurata del comportamento non lineare della trave provata sperimentalmente.

7. RINGRAZIAMENTI

Gli autori rivolgono un particolare ringraziamento al Prof. Ezio Giuriani per i preziosi suggerimenti forniti durante lo svolgimento del lavoro. Ringraziano inoltre il Geom. Dino Cortesi della Calcestruzzi S.p.A. per la collaborazione nel mix-design e nella confezione del calcestruzzo.

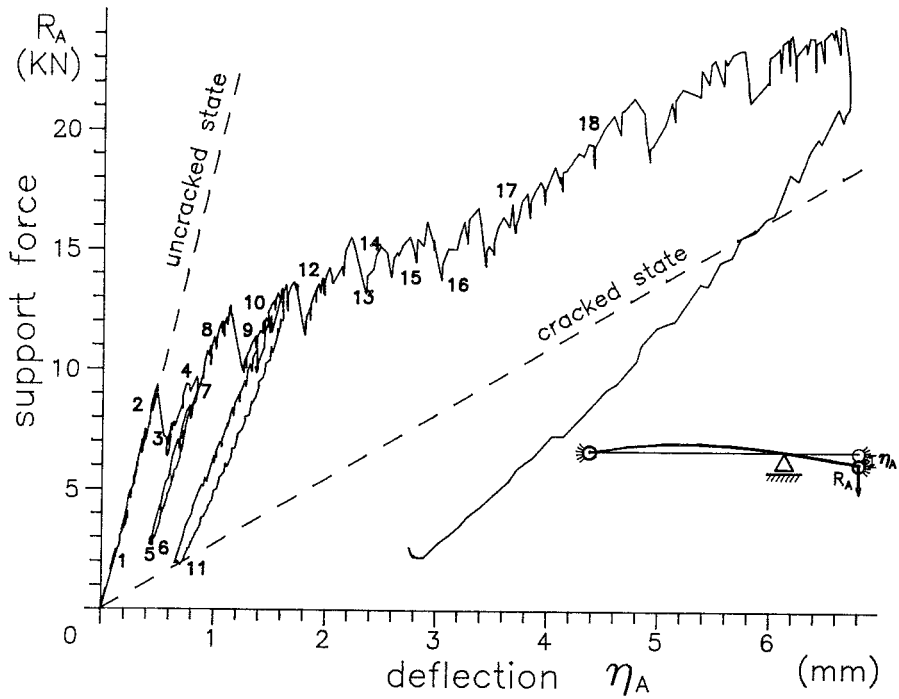
APPENDICE I - BIBLIOGRAFIA

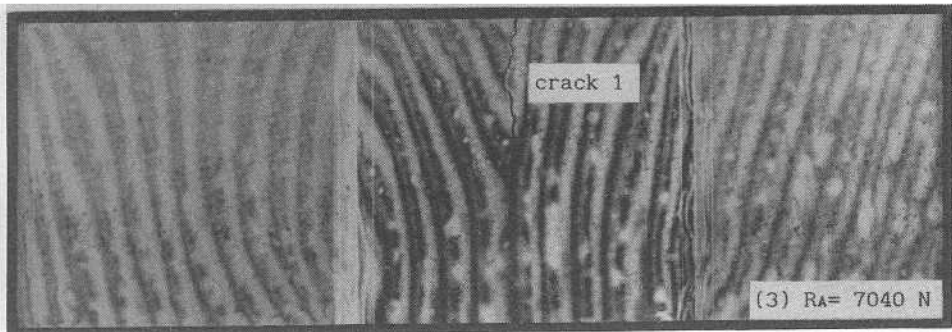
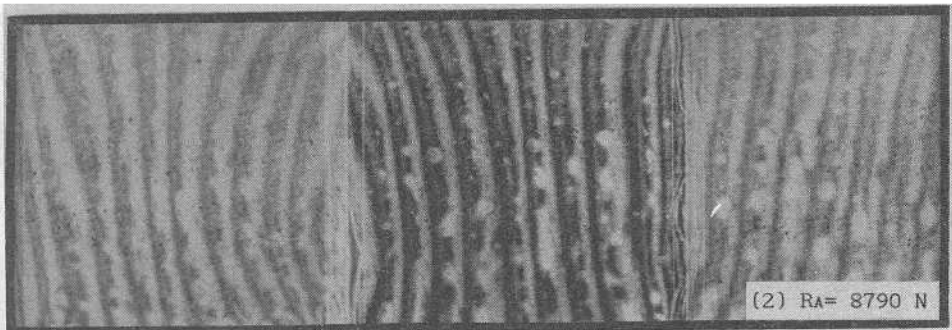
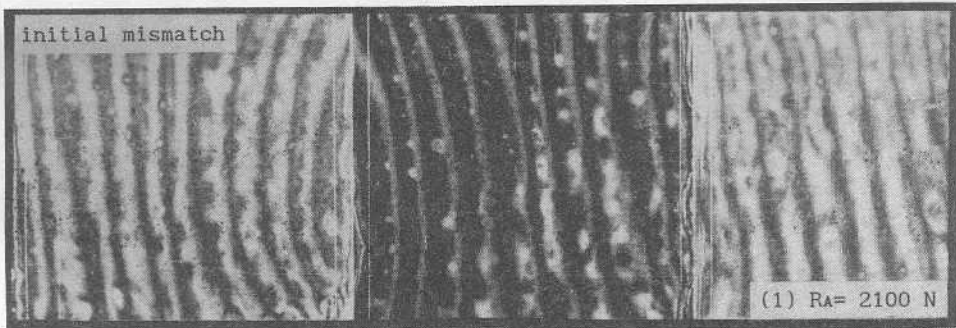
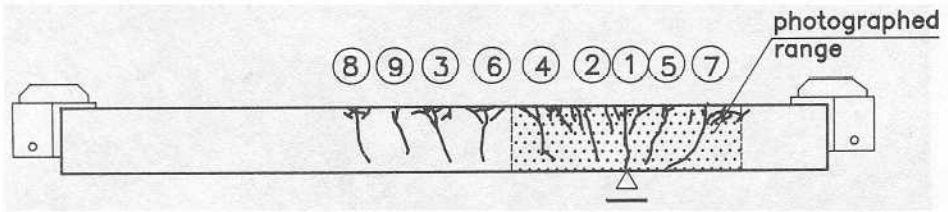
- /1/ Giuriani, E., "Gli Effetti della Fessurazione sulla Ridistribuzione dei Momenti nelle Strutture Iperstatiche in C.A.: Fondamenti Teorici", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 4, 1982, pp.163-187.
- /2/ Gelfi, P., Giuriani, E., "Effetti della Fessurazione sugli Appoggi ed in Campata nelle Travi Continue di C.A.", *La Prefabbricazione*, No.1, 1986, pp.19-30.
- /3/ Riva, P., Cohn, M. Z., "Engineering Approach to Nonlinear Analysis of Concrete Structures", *ASCE Journal of Structural Engineering*, V.116, No. ST8, August 1990.
- /4/ Gattesco, N., Cohn, M. Z., "Computer Simulated Tests on Moment Redistribution. Part I: Ultimate Limit State Consideration", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 11, 1989.
- /5/ Macchi, G., Siviero, E., "Deformability of Prismatic Reinforced Concrete Members with Rectangular Cross-Section under Combined Bending and Axial Load", *Costruzioni in Cemento Armato, Studi e Rendiconti*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato, Fondazione F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 11, 1974, pp.283-294.
- /6/ Giuriani, E., "Legami momenti-Curvature per le Fessure Diffuse, Concentrate e Singole", *Sandro Dei Poli: Testimonianze e note scientifiche in onore del settantesimo compleanno*, Dipartimento di Ingegneria Strutturale-Politecnico di Milano, 1985, pp.301-316.

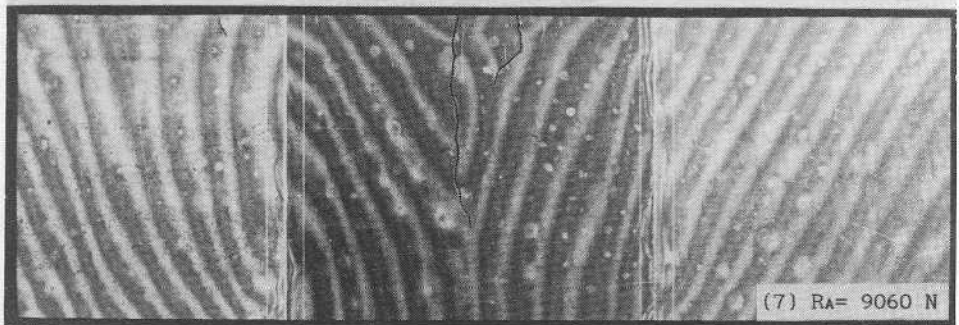
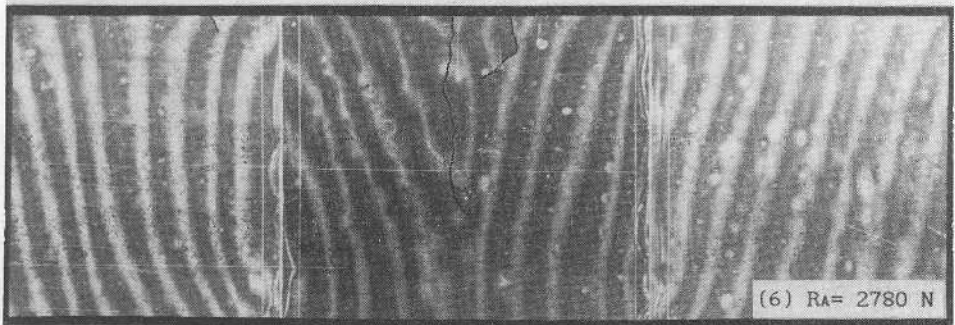
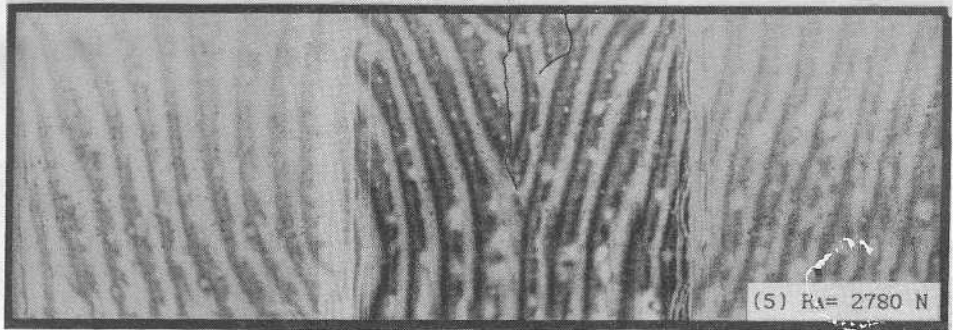
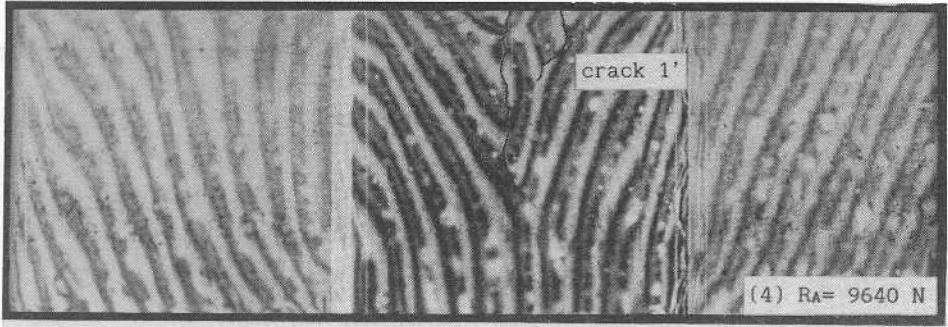
- /7/ Giuriani, E., Sforza, C., "Relazione fra Momenti e Curvature Medie e Locali di una Trave in Cemento Armato sottoposta a Distorsioni Crescenti e Ripetute - Ricerca Sperimentale con il procedimento del Moire' per Sovrapposizione", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 3, 1981, pp.177-204.
- /8/ Gelfi, P., Giuriani, E., "Legami Momenti-Curvature Locali di Travi in Cemento Armato in presenza di Taglio - Indagine Sperimentale col Moire'", *Atti del X convegno A.I.A.S.*, Arcavacata di Rende, Cosenza, 22-25 Settembre 1982, pp.625-640.
- /9/ Giuriani, E., Ronca, P., "Il Metodo del Moire' per trasparenza per lo studio di Travi Inflesse in Cemento Armato", *Atti del VII Convegno Nazionale A.I.A.S.*, Cagliari, 26-29 Settembre 1979, pp.655-668.
- /10/ Giuriani, E., "Le Curvature di Travi in Cemento Armato Tenso e Presso Inflesse nel Primo e Secondo Stadio", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 1, 1979, pp.215-262.
- /11/ Giuriani, E., "Theoretical Analysis of the Early Second Stage in R.C. Beams", *C.E.B. Bulletin d'Information*, no. 153, Avril 1982, pp.91-116.
- /12/ Giuriani, E., Rosati, G. P., "Ricerca Sperimentale su elementi di C.A. soggetti ad una Singola Fessura. Studio dei Rami Instabili del Legame Momento-Rotazione", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 6, 1984, pp.151-201.
- /13/ Crespi, M., Giuriani, E., Tancon, D., "Fessurazione e Durabilita' delle Opere di Difesa Idrogeologica in Calcestruzzo Armato", Regione Veneto, Quaderni di ricerca, No. 8, 1987, 57pp.
- /14/ Giuriani, E., Plizzari, G., "Propagation and Distance of Cracks in R.C. Beams subjected to a Gradient of Moment", *Studi e Ricerche*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, V. 11, 1989.
- /15/ Giuriani, E., "Ruolo del Copriferro e delle Caratteristiche delle Armature sulla Capacita' di Arresto delle Fessure", *Secondo Colloquio A.I.O.M.*, ISMES, Bergamo, 7-8 Giugno 1984, pp.6-16.

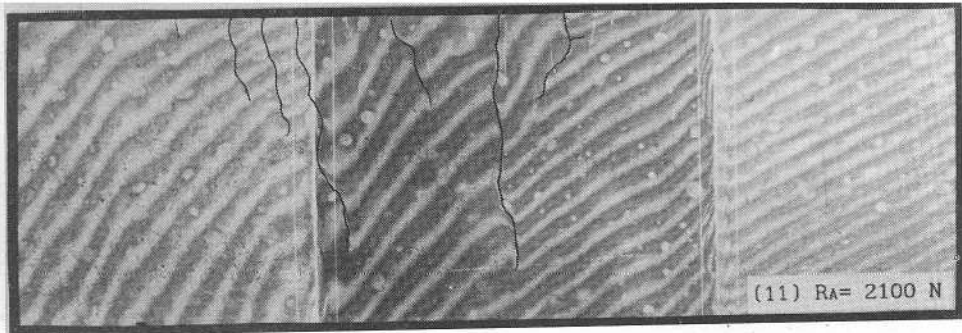
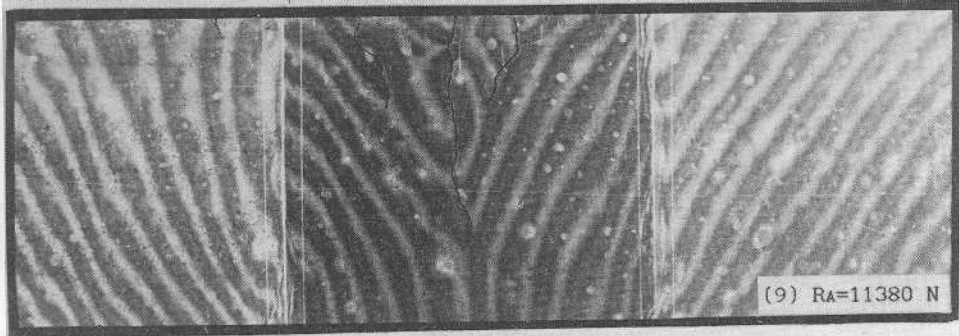
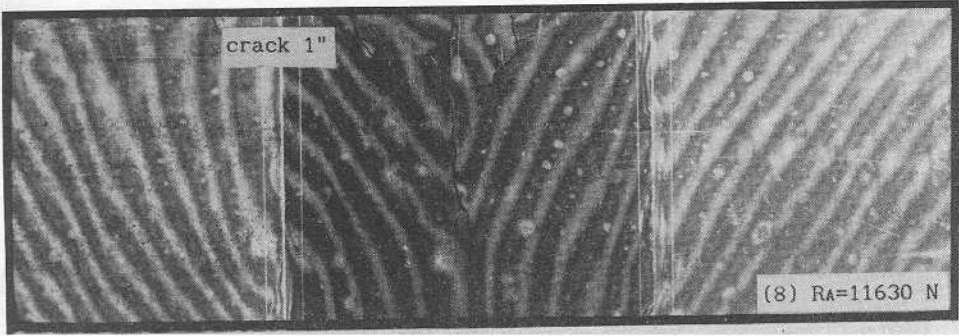
APPENDICE III - EFFETTI INTERFEROMETRICI

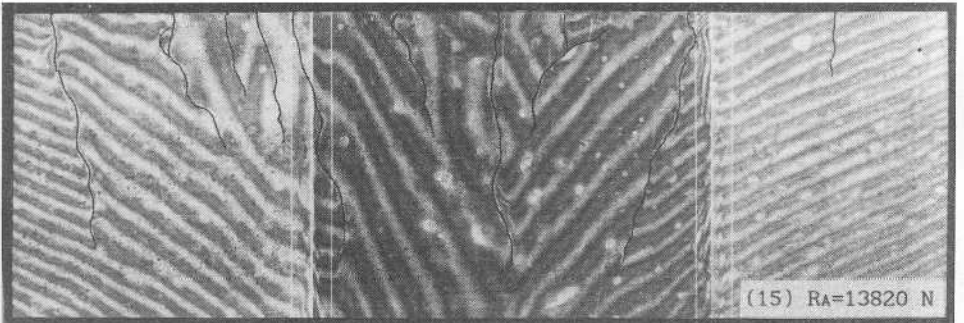
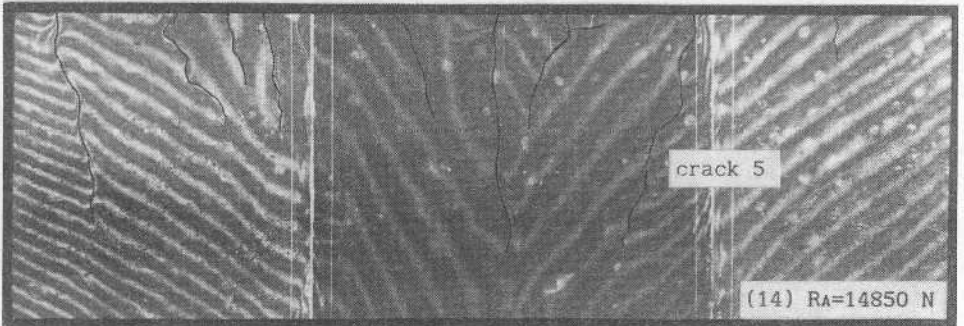
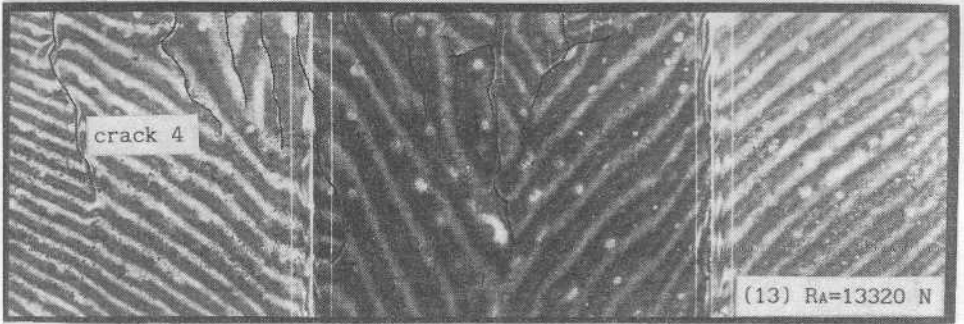
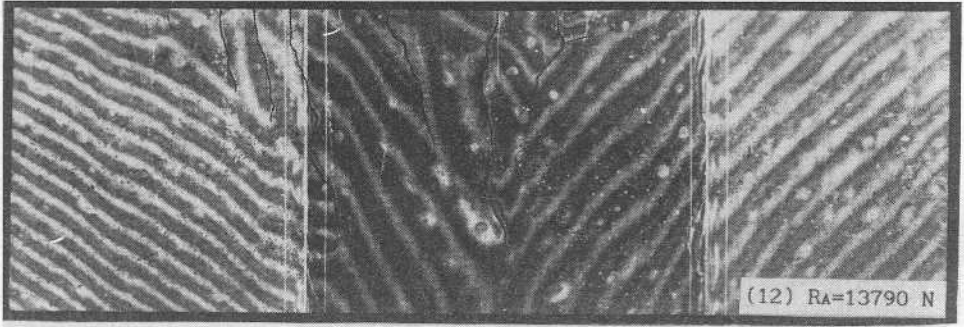
In questa appendice sono riportate le fotografie delle frange moirè per i passi di carico più significativi, sia del particolare della fessura 1, sia dell'intera trave. Nel sottostante diagramma $R_A - \eta_A$ sono indicati i punti in cui sono state scattate le fotografie.

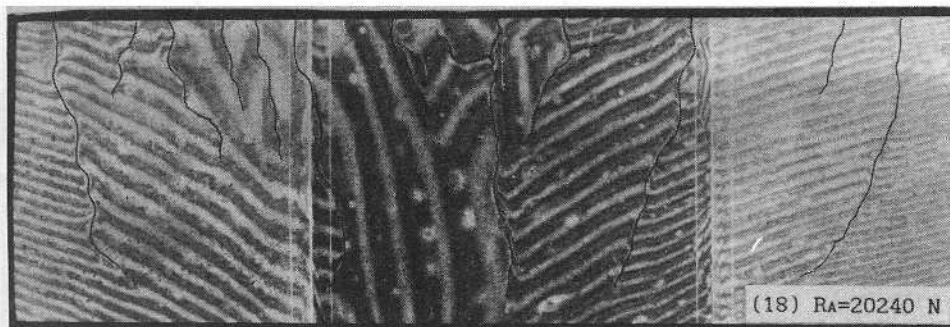
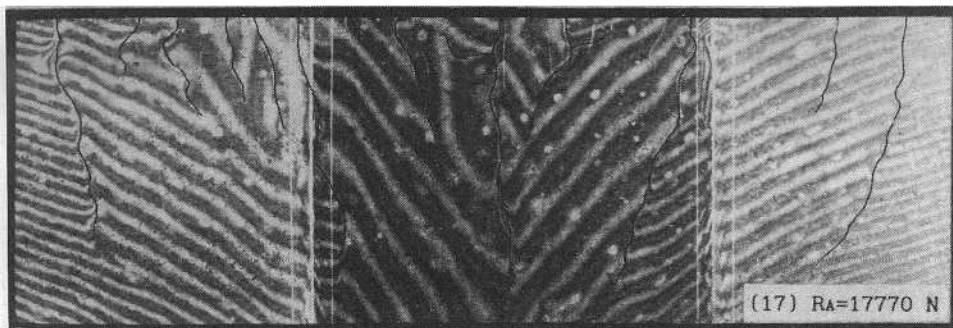
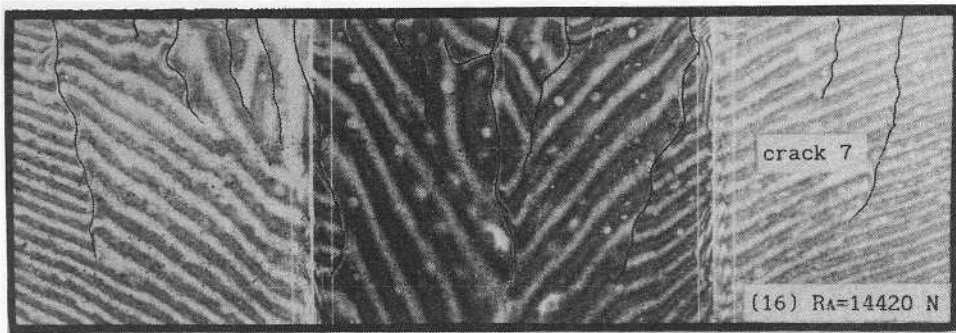


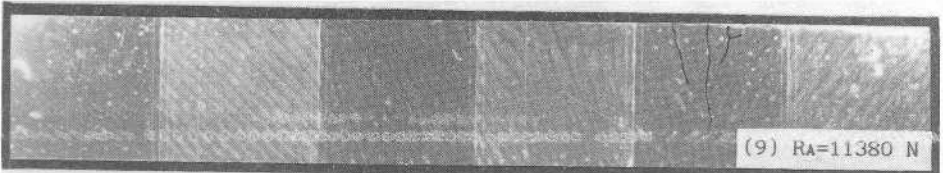
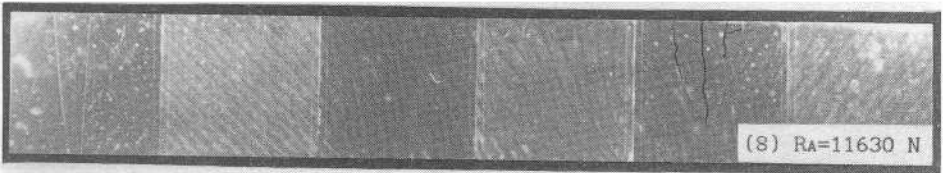
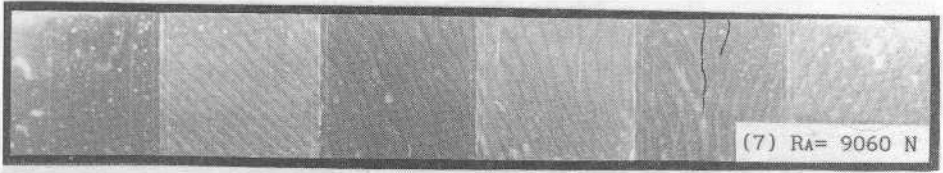
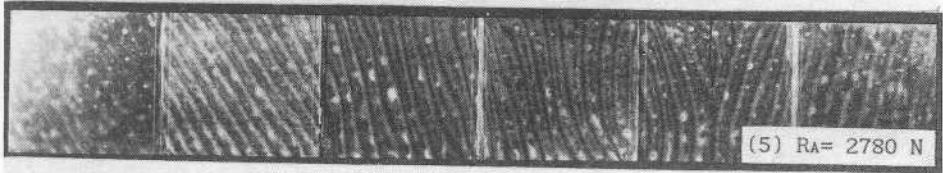
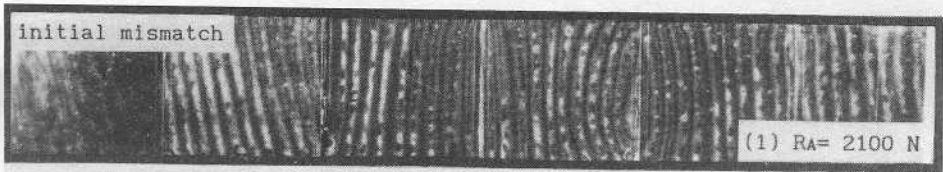
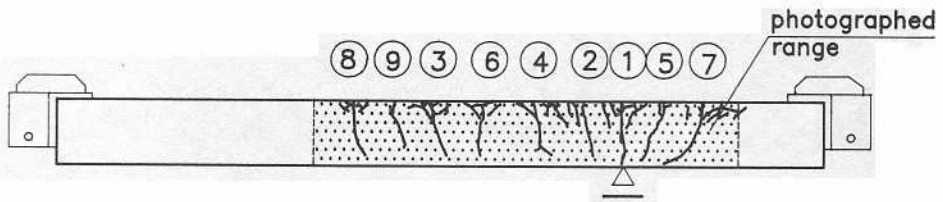


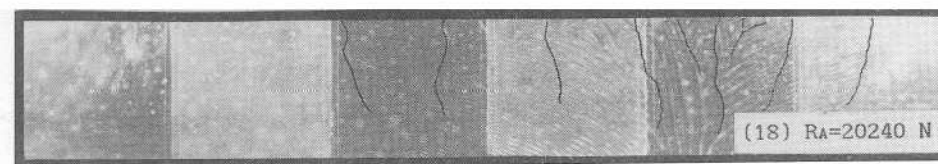
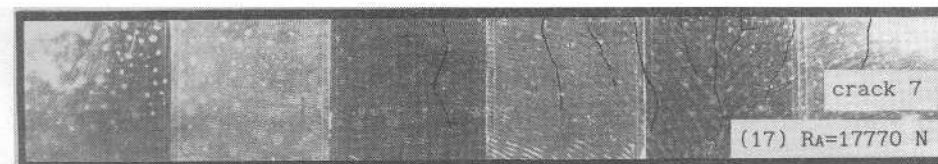
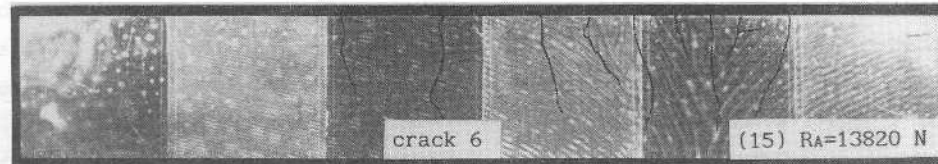
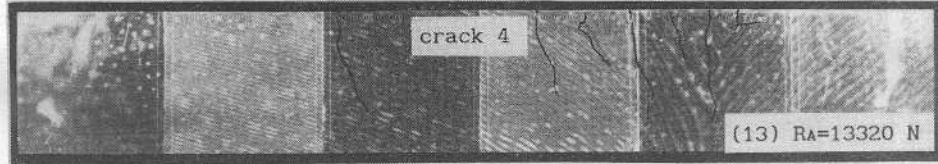
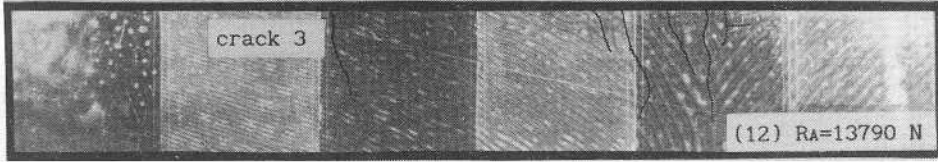
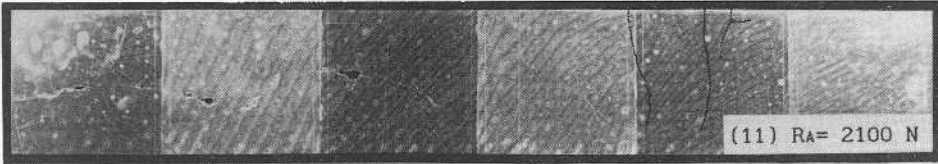












APPENDIX IV - EXPERIMENTAL STUDY OF THE UNSTABLE TRANSITION FROM THE FIRST TO THE SECOND STATE OF A REINFORCED CONCRETE T-BEAM

Non linear analysis of reinforced concrete beam structures requires knowledge of proper flexural deformability. As shown in /1,6/, flexural deformability can be expressed through the relationship between moments and local curvatures, defined as average curvatures of a beam element containing a single crack.

As shown in /7/, moment-curvature relationships based on local curvature differ considerably from moment-curvature laws based on average curvatures, determined from members subjected to a constant bending moment. These differences are most important for lightly reinforced elements or T sections subjected to negative moments.

While experimental results concerning rectangular sections are available to check theoretical formulations, no experimental evidence is yet available for T-sections under negative moments. This paper presents some experimental results concerning a detailed study of the local moment-curvature relationship and of the cracking of T-members subjected to negative bending moments.

Furthermore the experimental study intends to give some indication about the possibility of extending theoretical results valid for rectangular beams subjected to bending moment gradients also to the case of T-beams under negative moments.

A numerical simulation of the beam behavior, based on local moment-curvature laws and on theoretical crack spacing, and a comparison with the experimental results, are also presented.