

# LA PREFABBRICAZIONE

Rivista mensile  
della prefabbricazione e  
industrializzazione  
dell'edilizia  
Organo di diffusione del

febbraio a. 17/1981 **2**

de

COLLEGIO DEI TECNICI DELLA INDUSTRIALIZZAZIONE EDILIZIA

in copertina:



Consiglio direttivo:

Armando Albi Marini  
Luigi Chiara  
Mario Collepari  
Matteo Ferri  
Franco Levi  
Bohdan Lewicki  
Pietro Natale Maggi  
Francesco Martinez y Cabrera  
Pietro Matildi  
Antonio Migliacci  
Mario Nurchis  
Á. Ádám Pattantyús  
Arturo Rio  
Francesco Scirocco  
Erberto Tealdi  
Renato Turriziani  
Gianfranco Velo Dalbrenta



Direttore Responsabile  
Ruggero Olivieri

Direttore  
Giuseppe De Lettera

Comitato di redazione:

Mario Caironi - Presidente  
Mario Catania  
Giancarlo Ciullini  
Enrico De Steffani  
Filiberto Finzi  
Emilio Massa  
Giovanni Menditto  
Stanislaw Pereswiet-Soltan  
Eugenio Rinaldi  
Jacek Sokałski  
Giandomenico Toniolo

ITEC s.r.l. - Milano, Via dell'Uomo, 7

Una copia L. 4.500  
Estero L. 6.000

Numeri arretrati il doppio

Abbonamenti:

Italia L. 40.000  
Estero L. 50.000

Estero Via aerea:

Europa e Bacino Mediterraneo L. 65.000  
Altri Stati L. 90.000

Versamenti sul c.c.p. n. 00252270  
intestato a ITEC s.r.l. - Milano

Manoscritti e richieste  
di natura tecnico-economica  
vanno indirizzati alla Redazione

Tutti i diritti di riproduzione riservati

Le opinioni dei singoli Autori  
non impegnano la Redazione

Pubblicità inferiore al 70%

Edizione - Pubblicità - Stampa: ITEC s.r.l.  
20129 Milano, Via dell'Uomo, 7  
Telefoni 720.744 - 723.295

© Bauverlag, Wiesbaden

Le tubiere Vibromatic sono le più vendute in Italia e anche il mercato estero altamente industrializzato si accorge dei vantaggi che offre la ditta Colle. La serie è composta di 4 modelli e precisamente:  
— 10/100 per tubi da 1 m con giunti a 1/2 spessore dal diametro 100 a 1000 mm;  
— 10/120 per tubi da 1 m con giunti a 1/2 spessore dal diametro 100 a 1200 mm;  
— 30/200 per tubi da 2 m con giunti a bichiere dal diametro 300 a 1000 mm;  
— 30/200/120 per tubi da 2 m con giunti a bichiere dal diametro 300 a 1200 mm;  
— Vibromatic semovente per pozzetti e pezzi speciali;  
— Vibrotubi 30/200 per tubi fino a m 3,50 di lunghezza e diametro 2000 mm.

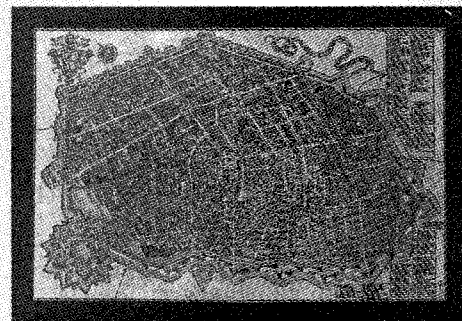
COLLE S.r.l.  
località Molin Nuovo viale Belluno, 5  
32020 LENTIAI (Belluno) -  
Tel. (0437) 750563-750664

## sommario

- Alberto Parduoci  
*Editoriale: Aspetti delle norme antisismiche riguardanti gli edifici prefabbricati*
- 61 Archh. A. Angelotti - E. Arlati - G. Begnozzi - M. Kanah  
*Due scuole medie per Riva del Garda*
- 73 Prof. Mario Collepari  
*Durabilità del calcestruzzo. Cause generali di degradazione e criteri generali di progettazione di un calcestruzzo durevole. I Parte*
- 81 Ing. Piero Gelfi  
*Un unico algoritmo per le verifiche a flessione, pressoflessione, tensoflessione di una sezione generica in c.a. parzialmente o interamente reagente*
- 87 Ingg. A. Mori - S. Pereswiet-Soltan  
*Plinto prefabbricato a bichiere della ditta Caprese. II Parte*
- 93 Ing. J. W. Weber  
*Formule empiriche per rappresentare l'andamento nel tempo della resistenza e del modulo di elasticità del calcestruzzo*
- 97 Jens-Peter Schlee  
*Simulazione analitica del comportamento statico di fondazioni prefabbricate con l'ausilio di elementi finiti tridimensionale*
- 101 G. Pagliarini - G. Raffellini - A. Munari  
*I ponti termici nelle strutture edilizie: valutazione ed esempi di calcolo mediante il metodo degli elementi finiti*
- 107 *Le aziende informano* - 113 Mostre - 114 Recensioni
- 31 Capitoli specializzati

de  
collegio dei tecnici della industrializzazione edilizia

atti  
del congresso c.t.e. 1980 sulla  
**INDUSTRIALIZZAZIONE EDILIZIA**  
ferrara 7-8-9 novembre 1980



itec/la prefabbricazione

## Atti del congresso C.T.E. 1980 «Sull'industrializzazione edilizia» Ferrara 7-9 novembre 1980

Il volume raccoglie gli atti del Congresso C.T.E. sull'industrializzazione edilizia, tenutosi a Ferrara ed articolato in 3 sessioni:

Sessione a): Recenti realizzazioni di edilizia abitativa e sociale industrializzata.

Sessione b): Problemi statici e tecnologici delle strutture prefabbricate.

Sessione c): Ricerche sperimentali su materiali, strutture e modelli.

I temi trattati nella sessione a) si articolano lungo tre direttrici: una prima di illustrazione di realizzazioni di edilizia residenziale e sociale con particolare riguardo ai sistemi adottati ed ai problemi succedutisi nelle fasi di progettazione ed esecuzione delle opere; una seconda interessa in modo specifico gli aspetti normativi ed i rapporti con la committenza pubblica e privata. Tali aspetti sono trattati tanto a livello di impostazione generale del rapporto progettista, committente, utente, produttore che a livello pratico attraverso la discussione di esperienze maturate nel campo lavorativo. La terza direttrice affronta il tema dell'industrializzazione edilizia «alternativa» a quella tradizionale in c.a. o c.a.p., in particolare strutture reticolari tridimensionali ed in legno lamellare. Nella sessione b) si propongono alcuni modelli semplificati di calcolo per la progettazione ed il dimensionamento di sistemi strutturali (pannelli parete gettati in opera), per la risoluzione di particolari problemi statici (instabilità di travi alte, elementi in c.a. a parete sottile e profilo aperto). Si illustrano inoltre alcune indagini sperimentali sul controllo delle strutture in c.a. sottoposte ad incendio, problemi tecnologici legati alla realizzazione di fondazioni prefabbricate, all'impiego di energie alternative; o aspetti normativi legati agli edifici prefabbricati in zona sismica.

Nella sessione c) le relazioni raccolte illustrano alcune indagini sperimentali sull'influenza della tecnologia sulle caratteristiche fisico-meccaniche dei calcestruzzi; sul comportamento di elementi strutturali prefabbricati nella fase transitoria di trasporto; prove meccaniche su provini e strutture in c.a. ed in legno lamellare. Si illustrano inoltre i primi risultati sperimentali di un'indagine in campo dinamico applicate ad un prototipo di edificio prefabbricato a grandi pannelli.

ITEC Editrice - Via S. dell'Uomo 7 - 20129 Milano

# Un unico algoritmo per le verifiche a flessione, pressoflessione, tensoflessione di una sezione generica in c.a. parzialmente o interamente reagente

## Summary

The recent introduction of pocket-calculators with constant memory, make convenient the use of programs that solve general problems with the minimum of steps, so they can last in the calculator memory.

The present program is made in this view. It tends to unify the algorithms for the elastic test of a general section of reinforced concrete, submitted to combined tensile or compressive and (or) bending stress.

It applies in the intire range of values of the stresses. The concrete section is schematized with an indefinite number of rectangles (see examples).

## 1. Premessa

L'apparizione sul mercato dei calcolatori tascabili a memoria continua induce a progettare codici di calcolo che, con il minimo di occupazione di area di memoria, possano svolgere funzioni più generali possibili ed essere quindi stabilmente presenti nella memoria di programma.

Il programma qui presentato nasce da questa esigenza; esso tende ad unificare gli algoritmi della flessione, pressoflessione e tensoflessione per sezione parzialmente o interamente reagente, al fine di risparmiare passi di programma. L'algoritmo scelto come base è quello per la verifica a pressoflessione perché più generale. Con alcuni accorgimenti esso è stato usato anche per le altre verifiche.

## 2. Descrizione dell'algoritmo

### 2.1. Presso-flessione. Sezione parzializzata

La posizione dell'asse neutro si ricava dalla relazione di antipolarità tra centro di pressione ed asse neutro che si scrive:

$$J_u - S_u x = 0 \quad (1)$$

in cui

$S_u$  e  $J_u$  = momento statico e d'inerzia della sezione reagente rispetto alla retta di applicazione di  $N$

$x$  = distanza dell'asse neutro dalla retta di applicazione di  $N$ .

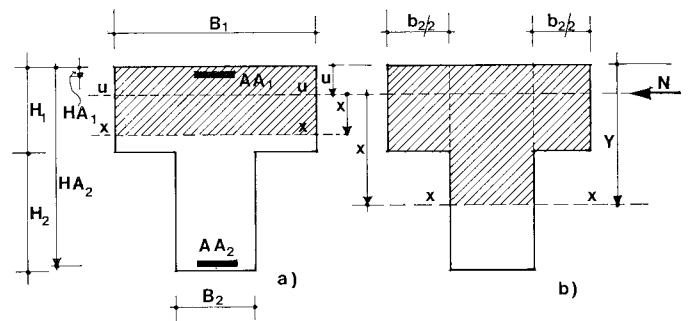


Fig. 1.

Con riferimento alla fig. 1 a (asse neutro  $x - x$  interno al primo rettangolo) si ha:

$$S_{u1} = \frac{1}{2} B_1 x^2 - \frac{1}{2} B_1 u^2 + n \sum AA (HA - u)$$

$$J_{u1} = \frac{1}{3} B_1 x^3 + \frac{1}{3} B_1 u^3 + n \sum AA (HA - u)$$

con le posizioni:

$$p_1 = n \sum AA (HA - u) - \frac{1}{2} B_1 u^2$$

$$q_1 = n \sum AA (HA - u)^2 + \frac{1}{3} B_1 u^3$$

si scrive più brevemente

$$S_{u1} = \frac{1}{2} B_1 x^2 + p_1$$

$$J_{u1} = \frac{1}{3} B_1 x^3 + q_1$$

La (1) diviene quindi:

$$x^3 + \frac{6}{B_1} p_1 - \frac{6}{B_1} q_1 = 0$$

Con riferimento alla fig. 1 b (asse neutro  $u - u$  interno al secondo rettangolo) si ha invece:

$$S_{u2} = \frac{1}{2} B_2 x^2 - \frac{1}{2} B_2 u^2 - \frac{1}{2} b_2 u^2 + \frac{1}{2} b_2 (H_1 - u)^2 + n \sum AA (HA - u)$$

$$J_{u2} = \frac{1}{3} B_2 x^3 + \frac{1}{3} B_2 u^3 + \frac{1}{3} b_2 u^3 + \frac{1}{3} b_2 (H_1 - u)^3 + n \sum AA (HA - u)^2$$

poiché si ha  $b_2 = B_1 - B_2$ , sviluppando e semplificando, si ottengono, con le posizioni:

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} b_2 (H_1 - u)^2$$

$$q_2 = q_1 + \frac{1}{3} b_2 (H_1 - u)^3$$

le espressioni:

$$S_{u2} = \frac{1}{2} B_2 x^2 + p_2$$

$$J_{u2} = \frac{1}{3} B_2 x^3 + q_2$$

$$x^3 + \frac{6}{B_2} p_2 - \frac{6}{B_2} q_2 = 0$$

Si possono quindi scrivere le seguenti formule ricorrenti:

$$B_0 = 0 \quad p_0 = n \sum AA (HA - u)$$

$$H_0 = 0 \quad q_0 = n \sum AA (HA - u)^2$$

$$a_0 = 0$$

$$b_i = B_{i-1} - B_i \quad p_i = p_{i-1} + \frac{1}{2} b_i (a_i - u)^2$$

$$a_i = a_{i-1} + H_{i-1} \quad q_i = q_{i-1} + \frac{1}{3} b_i (a_i - u)^3$$

La posizione dell'asse neutro è data dall'equazione

$$x^3 + \frac{6}{B_i} p_i x - \frac{6}{B_i} q_i = 0 \quad (2)$$

Il programma chiederà i dati del primo rettangolo e calcolerà la posizione dell'asse neutro. Se esso è esterno al rettangolo, chiederà un nuovo rettangolo e così via. Contemporaneamente verranno aggiornati i registri per il calcolo delle caratteristiche statiche della sezione reagente (area ideale  $A_i$ , momento statico  $S_i$  e momento d'inerzia  $J_i$  rispetto al lembo compresso) con le formule:

$$\bar{A}_0 = n \sum AA \quad \bar{A}_i = \bar{A}_{i-1} + b_i a_i$$

$$\bar{S}_0 = n \sum AA \cdot HA \quad \bar{S}_i = \bar{S}_{i-1} + \frac{1}{2} b_i a_i^2$$

$$\bar{J}_0 = n \sum AA \cdot HA^2 \quad \bar{J}_i = \bar{J}_{i-1} + \frac{1}{3} b_i a_i^3$$

Si avrà infine:

$$\begin{aligned} \text{— posizione asse neutro} & \quad y = x + u \\ \text{— area ideale} & \quad A_i = \bar{A}_i + B_i y \\ \text{— mom. statico rispetto bordo compresso} & \end{aligned}$$

$$S_i = \bar{S}_i + \frac{1}{2} B_i y^2$$

— mom. d'inerzia rispetto bordo compresso

$$J_i = \bar{J}_i + \frac{1}{3} B_i y^3$$

— posizione baricentro sez. reagente

$$y_G = S_i / A_i$$

— mom. d'inerzia baricentrico  $J_G = J_i - A_i y_G^2$

Le tensioni saranno calcolate con le formule binomie:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} + \frac{M_G y_G}{J_G} \quad \sigma_a = n \left( \frac{N}{A_i} + \frac{M_G (y_G - H A_i)}{J_G} \right)$$

Poiché nel programma il momento flettente  $M$  di ingresso è riferito all'asse che passa a metà dell'altezza dell'intera sezione, si ha

$$M_G = M + N(y_G - H/2)$$

## 2.2. Presso-flessione. Sezione interamente reagente

Se la sezione è interamente reagente, l'asse neutro è esterno alla sezione. L'equazione di 3° grado (2) dà un valore errato di  $x$  (nello scrivere la (2) si ipotizza che il rettangolo iesimo si estenda fino all'asse neutro) ma comunque esterno alla sezione ( $y > H$ ). Valgono quindi gli stessi algoritmi della sezione parzializzata purché si ponga  $y = H$ . In uscita è inoltre opportuno calcolare, anziché la  $\sigma_a$ , la tensione  $\sigma_{c \min}$  con la formula

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} + \frac{M_G (y_G - H)}{J_G}$$

## 2.3. Tensoflessione. Sezione parzializzata

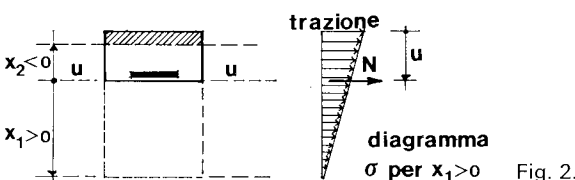


Fig. 2.

L'algoritmo usato per la soluzione dell'equazione di 3° grado (2) dà la radice reale maggiore  $x_1$  che è positiva. Tale soluzione è da scartare perché presupporrebbe la distribuzione di  $\sigma$  di trazione di fig. 2. La posizione dell'asse neutro è data invece dalla 2° soluzione  $x_2$  della (2) che viene ricavata (v. appendice) nel seguente modo:

— applicando una prima volta l'algoritmo si ha la soluzione  $x_1$  della (2);

— applicandolo una seconda volta, dopo aver cambiato di segno il coefficiente  $b$ , si ha la soluzione inferiore cambiata di segno ( $-x_3$ );

— la posizione dell'asse neutro è data da  $x_2 = -(x_1 + x_3)$ .

## 2.4. Tensoflessione. Reagisce solo l'acciaio

Se l'asse neutro cade al di fuori della sezione ( $y < 0$ ), la sezione reagente è costituita dalle sole barre di acciaio. Valgono gli stessi algoritmi per la ricerca di  $A_i$ ,  $S_i$ ,  $J_i$ ,  $y_G$ ,  $J_G$ , purché si ponga  $y = 0$  (area calcestruzzo nulla). In uscita è necessario calcolare, anziché la  $\sigma_c$ , la tensione minima nell'acciaio con la formula

$$\sigma_a = n \left( \frac{N}{A_i} + \frac{M_G (y_G - H A_i)}{J_G} \right)$$

## 2.5. Flessione semplice

La flessione semplice può essere considerata come caso limite della pressoflessione per  $N$  tendente a 0. Appare quindi spontanea la via di risolvere il problema della flessione semplice con l'algoritmo della pressoflessione introducendo un valore di  $N$  molto piccolo ma diverso da 0 per evitare il superamento delle capacità di calcolo della macchina (overflow o underflow).

Confrontando i valori di  $x$  ottenuti dalla (2) al tendere di  $N$  a 0 con il valore esatto  $\bar{x}$  dato dall'algoritmo della flessione semplice, si osserva che  $x \rightarrow \bar{x}$  per valori decrescenti di  $N$  ma non troppo piccoli.

Al di sotto di un certo valore  $\bar{N}$ , dipendente dal numero di cifre significative usato dalla macchina e dal valore di  $M$ , i risultati oscillano e poi divengono del tutto privi di significato.

È necessario quindi limitare il rapporto  $M/N$ , cioè la distanza  $u$  del centro di pressione, anche per la pressoflessione.

Nel programma qui presentato, scritto per l'HP 41 C che ha la capacità massima di  $9,99999999 \cdot 10^{99}$ ,  $u$  è stato limitato in  $1000 H$ .

Ottenuto quindi il valore approssimato  $y$  della distanza dell'asse neutro dal bordo compresso, si calcola la distanza  $y_G$  del baricentro della sezione reagente, che ha una approssimazione migliore. Poiché l'asse neutro deve essere baricentrico si pone  $y = y_G$ .

Riassumendo, l'algoritmo della flessione semplice è il seguente:

- in ingresso viene impostato  $N = 0$ ;
- nel calcolare  $u$ , se  $N = 0$ , il programma pone  $u = -1000 H$ ;
- viene calcolato il valore  $y$ , con l'algoritmo della pressoflessione;
- viene calcolato  $y_G$  e posto  $y = y_G$ ;
- il programma prosegue come per la pressoflessione.

I risultati numerici sono assai buoni con errori dell'ordine del ‰.

### 3. Programma di calcolo per il calcolatore tascabile HP-41C

Il programma presentato nel seguito sfrutta i concetti sopra esposti. Come si vede, nonostante le molte istruzioni in input-output, esso è molto breve.

Gli esempi mostrano tutte le applicazioni possibili, compresa la verifica a flessione o a pressoflessione di un giunto flangiato nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

#### DESCRIZIONE DEL PROGRAMMA II

FLESSIONE	Presso-flessione		Tenso-flessione		FLANGIA
	SEZ. PARZIALIZZATA	SEZ. REAGENTE	SEZ. PARZIALIZZATA	SOLO BARRE REAGENTI	
CO=? 10.00 M=? 600.000.00 N=? 0.00 H=? 40.00 AA1=? 3.39 HA1=? 5.00 AA2=? 2.26 HA2=? 20.00 AA3=? 8.04 HA3=? 35.00 AA4=? B1=? 37.50 H1=? 10.00 B2=? 32.50 H2=? 10.00  SC=94.47 ST=-2.243.69 Y=10.37 YG=10.37 JG=65.859.35  Vedi fig. 3	CO=? 10.00 M=? 600.000.00 N=? 10.000.00 H=? 40.00 AA1=? 3.39 HA1=? 5.00 AA2=? 2.26 HA2=? 20.00 AA3=? 8.04 HA3=? 35.00 AA4=? B1=? 37.50 H1=? 10.00 B2=? 32.50 H2=? 10.00  SC=97.28 ST=-1.709.74 Y=12.69 YG=10.52 JG=65.909.39  Vedi fig. 3	CO=? 10.00 M=? 100.000.00 N=? 50.000.00 H=? 40.00 AA1=? 3.39 HA1=? 5.00 AA2=? 2.26 HA2=? 20.00 AA3=? 8.04 HA3=? 35.00 AA4=? B1=? 37.50 H1=? 10.00 B2=? 32.50 H2=? 10.00 B3=? 27.50 H3=? 10.00 B4=? 22.50 H4=? 10.00  SEZ. REAG. SC=48.72 SC=33.60 YG=10.65 JG=183.287.25  Vedi fig. 3	CO=? 10.00 M=? 400.000.00 N=? -4.000.00 H=? 40.00 AA1=? 5.00 HA1=? 5.00 AA2=? -5.00 HA2=? 5.00 AA3=? 3.39 HA3=? 5.00 AA4=? 2.26 HA4=? 20.00 AA5=? 8.04 HA5=? 35.00 AA6=? B1=? 37.50 H1=? 10.00  SC=61.16 ST=-1.721.06 Y=9.18 YG=10.42 JG=65.763.84  Vedi fig. 3	CO=? 10.00 M=? 200.000.00 N=? -20.000.00 H=? 40.00 AA1=? 3.39 HA1=? 5.00 AA2=? 2.26 HA2=? 20.00 AA3=? 8.04 HA3=? 35.00 AA4=? B1=? 37.50 H1=? 10.00  SOLO BARRE ST=-571.48 ST=-1.099.34 YG=25.09 JG=22.163.77  Vedi fig. 3	CO=? 1.00 M=? 2.000.000.00 N=? 0.00 H=? 50.00 AA1=? 4.90 HA1=? 9.00 AA2=? 4.90 HA2=? 18.00 AA3=? 4.90 HA3=? 27.00 AA4=? 9.00 HA4=? 36.00 AA5=? 9.00 HA5=? 46.00 AA6=? B1=? 30.00 H1=? 50.00  SC=500.06 ST=-2.661.82 Y=7.37 YG=7.37 JG=29.023.16  Vedi fig. 4

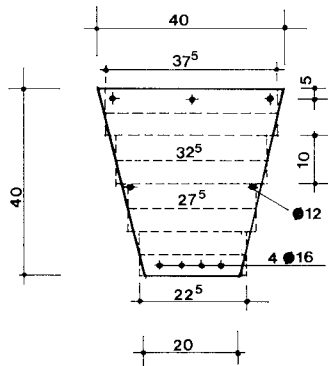


fig. 3

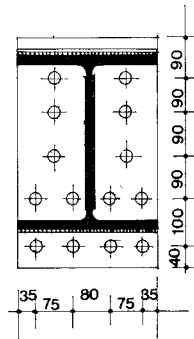


fig. 4

#### Descrizione del Programma III. Esempio 2.

Dati	Tasti	Risultato	Commenti
10	XEQ «VCA» (4)	CO = ?	Coefficiente di omogeneizzazione $E_a/E_c$
600000	R/S	M = ?	Momento flettente
10000	R/S	N = ?	Forza assiale di compressione
40	R/S	H = ?	Altezza totale sezione
3.39	R/S (1)	AA1 = ?	Area 1° strato barre (dall'alto)
5	R/S	HA1 = ?	Distanza 1° strato b. dall'alto
2.26	R/S	AA2 = ?	Area 2° strato
20	R/S	HA2 = ?	Distanza 2° strato
8.04	R/S	AA3 = ?	Area 3° strato
35	R/S	HA3 = ?	Distanza 3° strato
	R/S	AA4 = ?	Fine barre. Premere R/S
37.5	R/S (3)	B1 = ?	Larghezza 1° rettangolo
10	R/S	H1 = ?	Altezza 1° rettangolo
32.5	R/S	B2 = ?	Larghezza 2° rettangolo
10	R/S	H2 = ?	Altezza 2° rettangolo
	R/S	SC = 97,28	Tensione massima di compressione
	R/S (4)	ST = -1709,74	Tensione massima di trazione
	R/S (2)	Y = 12,69	Distanza asse neutro da bordo compresso
	R/S (2)	Y <sub>G</sub> = 10,52	Distanza baricentro da bordo compresso
	R/S (2)	J <sub>G</sub> = 65.909,39	Momento d'inerzia sezione reagente rispetto al baricentro

- (1) Le barre vanno introdotte partendo da quelle più vicine al bordo compresso.
- (2) Se la stampante è accesa non è necessario premere R/S per ottenere i vari risultati.
- (3) Esaurite le barre premere R/S senza premere alcun tasto numerico.
- (4) Se la stampante è collegata ma spenta eseguire CF 21 prima di far girare il programma.

## Norme operative I

Passo	Istruzioni	Dati	Tasti	Risultato
1	Leggere il programma			
2	Iniziare l'esecuzione	XEQ « VCA »	XEQ « VCA »	CO = ?
3	Impostare CO = E <sub>a</sub> /E <sub>c</sub>	CO	R/S	M = ?
4	Impostare il momento flettente (rispetto alla mezzzeria della sezione)	M	R/S	N = ?
5	Impostare la forza assiale (+ compressione)	N	R/S	H = ?
6	Impostare altezza totale sezione	H	R/S	AA1 = ?
7	Impostare area barra acciaio	AA1	R/S	HA1 = ?
8	Impostare distanza barra da bordo comp.	HA1	R/S	AA2 = ?
9	Ripetere 7 e 8 per le n barre Quando compare AA(N + 1) premere R/S			B1 = ?
10	Impostare larghezza 1° rettangolo (1° dal bordo compresso)	B1	R/S	H1 = ?
11	Impostare altezza 1° rettangolo	H1	R/S	
12	Il programma calcola la posizione dell'asse neutro. Se l'area del calcestruzzo non è sufficiente, chiede un nuovo rettangolo. Ripetere passi 10 e 11			
13	Escono i risultati: tensione di compressione tensione di trazione oppure: per sezione interamente reagente tensione max di compressione tensione min. di compressione oppure nel caso di tensoflessione con N interno al nocciolo centrale d'inerzia delle sole barre  posizione asse neutro (solo nel caso (1)) posizione baricentro momento d'inerzia baricentrico		R/S  R/S R/S  R/S  R/S R/S R/S	SC = ... ST = ...  SEZ. REAG. SC = ... SC = ...  SOLO BARRE ST = ... (1) ST = ... (2) Y = ... Y <sub>G</sub> = ... J <sub>G</sub> = ... (3)

(1) Tensione di trazione nella barra più alta supposto che HA1 = H - HAN.

(2) Tensione di trazione nella barra più bassa (HAN).

(3) Impiegare per il calcolo delle tensioni tangenziali  $\tau = TS/bJ_G$

## APPENDICE

### Risoluzione equazione cubica

L'equazione (2)

$$x^3 + \frac{6}{B} px - \frac{6}{B} q = 0$$

viene risolta con le formule di Cardano che danno la prima radice (la maggiore).

Posto

$$Q = \frac{2p}{B} \quad R = \frac{3q}{B}$$

se  $Q^3 + R^2 \geq 0$

$$x_1 = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} + \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

se  $Q^3 + R^2 < 0$

$$x_1 = 2\sqrt{-Q} \cdot \cos\left[\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{R}{\sqrt{-Q^3}}\right)\right]$$

Le soluzioni  $x_2$  e  $x_3$  vengono ricavate sfruttando le proprietà qui di seguito illustrate.

Analizzando l'equazione di terzo grado

$$x^3 + ax - b = 0 \quad (3)$$

si ricava che, se  $x_1$  e  $x_2$  sono due soluzioni della (3),  $x_3 = -(x_1 + x_2)$  è pure soluzione della (3).

Si ha infatti:

$$\begin{cases} x_1^3 + ax_1 - b = 0 \\ x_2^3 + ax_2 - b = 0 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} a = -(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) \\ b = -x_1x_2(x_1 + x_2) \end{cases}$$

Sostituendo  $x_3 = -(x_1 + x_2)$  nella (3) si ha:

$$-(x_1 + x_2)^3 - a(x_1 + x_2) - b = 0.$$

Sviluppando e raccogliendo

$$-(x_1^3 + ax_1 - b) - (x_2^3 + ax_2 - b) - 3[x_1x_2(x_1 + x_2) + b] = 0$$

Le parentesi tonde sono identicamente nulle perché  $x_1$  e  $x_2$  sono soluzioni della (3); la parentesi quadra è pure nulla perché il primo termine è uguale ed opposto al secondo. Quindi, note due soluzioni della (3), si ricava la terza. Poiché l'algoritmo fornisce solo una soluzione della (3), la seconda va ricercata sfruttando la seguente proprietà:

se  $\bar{x}_1$  è soluzione dell'equazione

$$\bar{x}^3 + a\bar{x} + b = 0 \quad (3')$$

allora  $x = -\bar{x}_1$  è soluzione della (3).

Si ha infatti, sostituendo  $x = -\bar{x}_1$  nella (3):

$$(-\bar{x}_1)^3 + a(-\bar{x}_1) - b = 0$$

ossia

$$\bar{x}_1^3 + a\bar{x}_1 + b = 0$$

cioè ancora la (3').

Poiché l'algoritmo fornisce la soluzione  $\bar{x}_1$  maggiore della (3'), si avrà la soluzione  $x_3 = -\bar{x}_1$  minore della (3).

*Riassumendo:*

— applicando l'algoritmo alla (3) si ottiene la soluzione  $x_1$  della (3);

— applicando una seconda volta l'algoritmo, dopo aver cambiato segno al termine noto  $b$ , si ottiene la soluzione  $-x_3$  della (3);

— la soluzione  $x_2$  è data da  $x_2 = -(x_1 + x_3)$ .

LISTATO DI PROGRAMMA

TASTI	COMMENTI	TASTI	COMMENTI	TASTI	COMMENTI	TASTI	COMMENTI
01*LBL "VCA"	Inizializzazione	92 "B"		184 F? 00	$y = y_G$ se fless.	274*LBL 00	
02 CLRG		93 "I"		184 STO 21		275 RCL 06	Solo barre
03 CF 00		94 ARCL 00		185 RCL 21		276 -	
04 CF 02	Ingresso dati	95 XEQ "INP"		186 3		277 *SOLO BARRE*	
05 "CO"	CO	96 STO 10	$B_1$	187 YX		278 AVIEW	
06 XEQ "INP"		97 RCL 03		188 RCL 10		279 RCL 05	
07 STO 01		98 -		189 *		280 /	
08 "M"	M	99 CHS		190 3		281 LASTX	
09 XEQ "INP"		100 STO 06	$b_1$	191 /		282 RCL 17	
10 STO 15		101 FIX 0		192 ST+ 18	$J_1$	283 -	
11 CF 01		102 "H"		193 RCL 05		284 RCL 09	
12 "N"	N	103 "I"		194 X12		285 +	
13 XEQ "INP"		104 ARCL 00		195 RCL 02		286 *	
14 X=0?		105 XEQ "INP"		196 *		287 RCL 06	
15 SF 00	SF00 se fless.	106 STO 04	$H_1$	197 ST- 18	$J_G$	288 +	
16 X=0?		107 RCL 06		198 RCL 16		289 RCL 01	
17 SF 01	SF01 tensofl.	108 2		199 RCL 05		290 *	
18 STO 16		109 /		200 *	$My_G$	291 "ST="	
19 "H"	H	110 RCL 07		201 RCL 15		292 RTN	
20 XEQ "INP"		111 RCL 05		202 +		293*LBL "INP"	
21 STO 17		112 +		203 RCL 18		294 FIX 2	Su brontino ingresso dati
22 2		113 STO 07	$a_1$	204 /		295 "I="?	
23 /		114 RCL 19		205 STO 08	$M_G/J_G$	296 F? 21	
24 RCL 16		115 +		206 RCL 05		297 ACA	
25 *		116 *	$a_1 - u$	207 *		298 PROMPT	
26 ST- 15		117 LASTX	$b_1/2(a_1 - u)$	208 RCL 16		299 FC? 21	
27 RCL 17		118 *		209 RCL 02		300 RTN	
28 I E3		119 ST+ 12	$p_1$	210 /		301 F? 22	
29 *		120 LASTX		211 STO 06		302 ACX	
30 F? 00		121 *		212 +	SC	303 ADV	
31 STO 19	Se fless.	122 2		213 "SEZ. REAG.		304 RTN	
32 F? 00	$ u  = 1000 H$	123 *		214 F? 02		305*LBL "R3"	
33 GTO 00		124 3		215 AVIEW		306 RCL 11	Trova radice equazione 3° grado
34 RCL 15		125 /		216 "SC="		307 RCL 10	
35 RCL 16		126 ST+ 11	$q_1$	217 X=0?	Se trazione va a $\emptyset 8$	308 /	
36 /		127 RCL 06		218 XEQ 08		309 3	
37 STO 19	Se $ u  > 1000 H$	128 RCL 07		219 ARCL X	Visualizza SC	310 *	
38 X<Y	SF00 e pone	129 *		220 AVIEW		311 STO 13	
39 X=Y?	$ u  = 1000 H$	130 ST+ 02		221 RCL 06		312 X+2	
40 SF 00		131 LASTX		222 RCL 05		313 RCL 12	
41 F? 00		132 *		223 F? 02	Sez. Reag.?	314 RCL 10	
42 STO 19		133 2		224 GTO 06		315 /	
43*LBL 00	Entrano dati barre	134 /		225 RCL 09		316 2	
44 CF 29		135 ST+ 20		226 -		317 *	
45 CF 22		136 RCL 07		227 RCL 08		318 STO 14	
46 I		137 *		228 *		319 3	
47 ST+ 00		138 2		229 +		320 YX	
48 "AA"		139 *		230 RCL 01		321 +	
49 FIX 0		140 3		231 *		322 X=0?	
50 "I"		141 /		232 "ST="	Visualizza ST	323 GTO 11	
51 ARCL 00		142 ST+ 18		233 ARCL X		324 SORT	
52 XEQ "INP"		143 XEQ "R3"		234 AVIEW	Visualizza y	325 RCL 13	
53 FC? 22	Esce se non si impostano dati	144 F? 01		235 "Y="		326 X<Y	
54 GTO 01		145 XEQ 04		236 RCL 21		327 -	
55 STO 08		146 RCL 19		237 ARCL X		328 LASTX	
56 ST+ 02		147 -		238 X=0?		329 RCL 13	
57 FIX 0	$A_0$	148 RCL 17		239 AVIEW		330 +	
58 "AA"		149 X=Y?	$H < y?$	240*LBL 07	Visualizza $y_G$	331 XEQ 13	
59 "I"		150 SF 02	Sez. reagente SF02	241 "YG="		332 X<Y	
60 ARCL 00		151 FC? 02		242 ARCL 05		333 XEQ 13	
61 XEQ "INP"		152 X<Y	$y = H$ sez. reag.	243 AVIEW	Visualizza $J_G$	334 +	
62 STO 09		153 X=0?		244 "JG="		335 RTN	
63 RCL 08	Calcola	154 CLX	$y = 0$ per sez. reag. solo acciaio	245 ARCL 18		336*LBL 11	
64 *		155 STO 21		246 AVIEW		337 RDN	
65 ST+ 20	$S_0$	156 RCL 07		247 ADV		338 LASTX	
66 RCL 09		157 RCL 04		248 FC? 55		339 CHS	
67 *		158 STO 05	$H_1 \rightarrow H_{1-1}$	249 CF 21		340 SORT	
68 ST+ 18	$J_0$	159 +		250 BEEP		341 1/X	
69 RCL 08		160 X<Y		251 RTN	FINE	342 RCL 13	
70 RCL 09		161 X=Y?	$y \leq a_1 + H_1?$	252*LBL 04		343 *	
71 RCL 19		162 GTO 03	Chiede altro rettangolo	253 CHS	Ricerca asse neutro se tenso-flessione	344 ACOS	
72 +		163 RCL 10		254 STO 22		345 3	
73 *		164 STO 03	$B_1 \rightarrow B_{1-1}$	255 XEQ 05		346 /	
74 ST+ 12	$p_0$	165 GTO 02		256 XEQ "R3"		347 COS	
75 LASTX		166*LBL 03	Calcola risultati	257 RCL 22		348 RCL 14	
76 *		167 SF 21		258 +		349 CHS	
77 ST+ 11	$q_0$	168 SF 29		259*LBL 05		350 SORT	
78 GTO 00		169 FIX 2		260 -1		351 *	
79*LBL 01		170 RCL 10		261 ST+ 11		352 2	
80 0		171 RCL 21		262 RDN		353 *	
81 STO 00		172 *		263 RTN		354 RTN	
82 RCL 01	moltiplica per CO	173 ST+ 02	$A_1$	264*LBL 06	Sezione reagente	355*LBL 13	
83 ST+ 02		174 LASTX		265 RCL 17		356 SIGN	
84 ST+ 11		175 *		266 -		357 LASTX	
85 ST+ 12		176 2		267 RCL 08		358 ABS	
86 ST+ 18		177 /		268 *		359 3	
87 ST+ 20		178 ST+ 20	$S_1$	269 +		360 1/X	
88*LBL 02		179 RCL 20		270 "SC="		361 YX	
89 I	Entrano rettangoli	180 RCL 02		271 ARCL X		362 *	
90 ST+ 00		181 /		272 AVIEW		363 .END.	
91 FIX 0		182 STO 05		273 GTO 07			