

ESEMPIO 3 Mensola soggetta al solo peso proprio

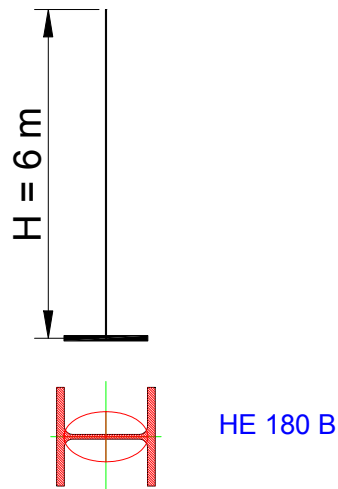


Fig. 1 – Geometria

Area	$A = 6,530 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Mom. inerzia	$I = 3,831 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$
Raggio giratorio	$i = 0,07659 \text{ m}$
Densità	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Modulo Young	$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Il periodo proprio della mensola è dato dall'espressione (v. Belluzzi n. 902 d):

$$T = 1,7870 \frac{H^2}{i} \sqrt{\frac{\rho}{E}} = 1,7870 \frac{6^2}{0,07659} \sqrt{\frac{7850}{2,1 \cdot 10^{11}}} = 0,1624 \text{ s}$$

$$f = 1/T = 6,158 \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f = 38,69 \text{ rad/s}$$

Calcolo con Straus

Straus fornisce un valore molto diverso (v. Fig. 1)

$$f = 4,29 \text{ contro } 6,158 \quad \omega = 26,95 \text{ contro } 38,69$$

Calcola inoltre due soli autovalori perchè il terzo grado di libertà (rotazione intorno a z) non viene mobilitato.

Il motivo è da ricercare nel modo in cui vengono trattate le masse distribuite. L'impostazione di default (Fig. 3) per le matrici delle masse è "Lamped" (raggruppate): la massa totale del beam è concentrata nei nodi, metà per nodo. Infatti, se consideriamo la massa della colonna:

$$M = 7850 \cdot 6,530 \cdot 10^{-3} \cdot 6 = 307,6 \text{ kg}$$

concentrata per metà in sommità, otteniamo:

$$\omega = \sqrt{k/(M/2)} = \sqrt{111,7/0,1538} = 26,95$$

essendo la rigidezza k della mensola:

$$K = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,831 \cdot 10^{-5}}{6^3} = 111700 \text{ N/m} = 111,7 \text{ kN/m}$$

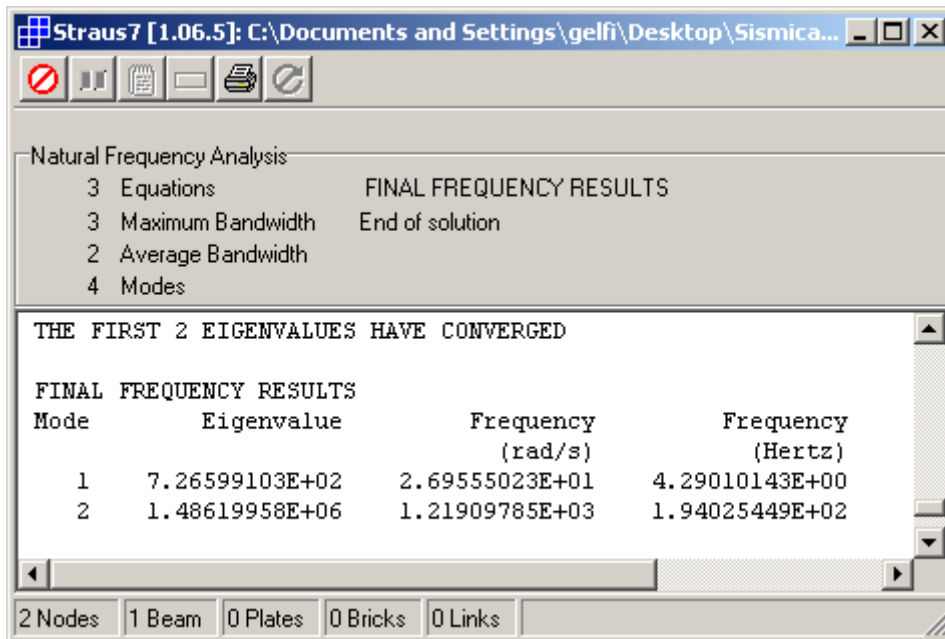


Fig. 2 – Risultati Straus

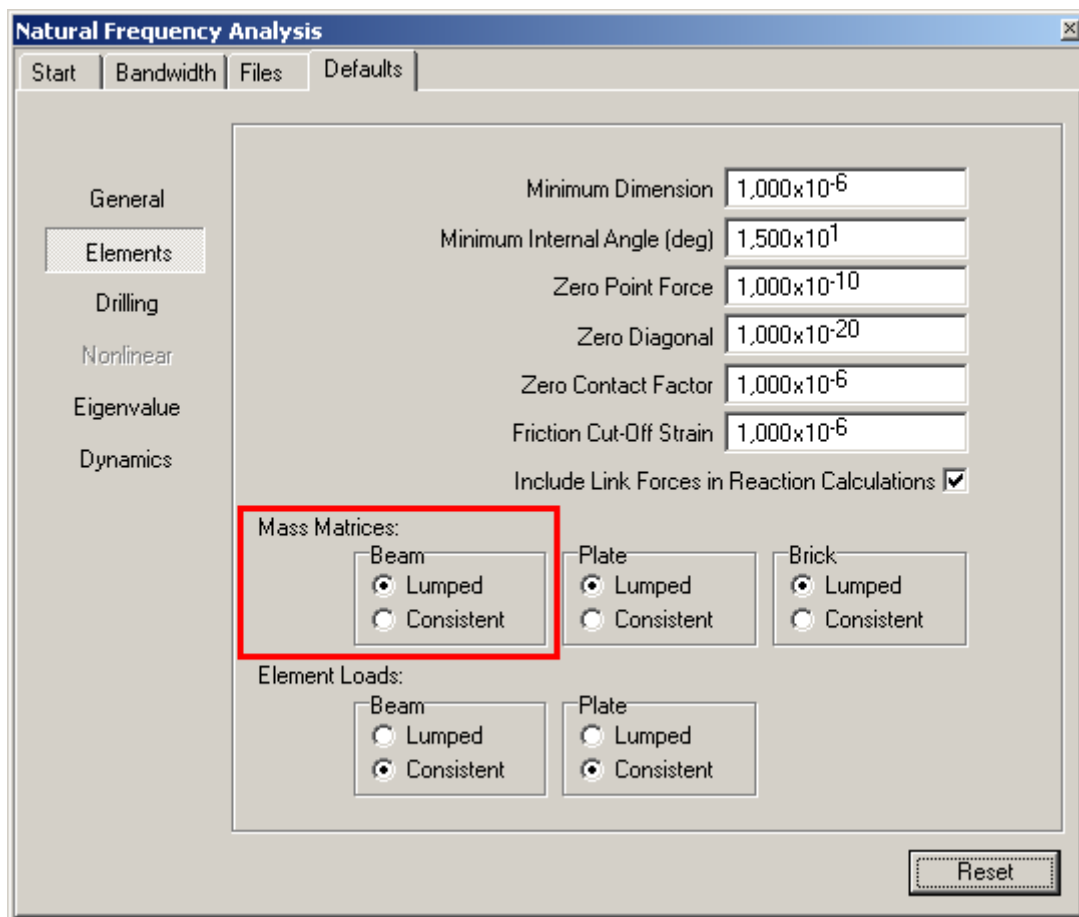


Fig. 3 – Impostazioni di default

Si ottiene un risultato migliore con l'opzione "Consistent" (Fig. 4). In questo caso viene mobilitato anche il terzo grado di libertà (rotazione intorno a z).

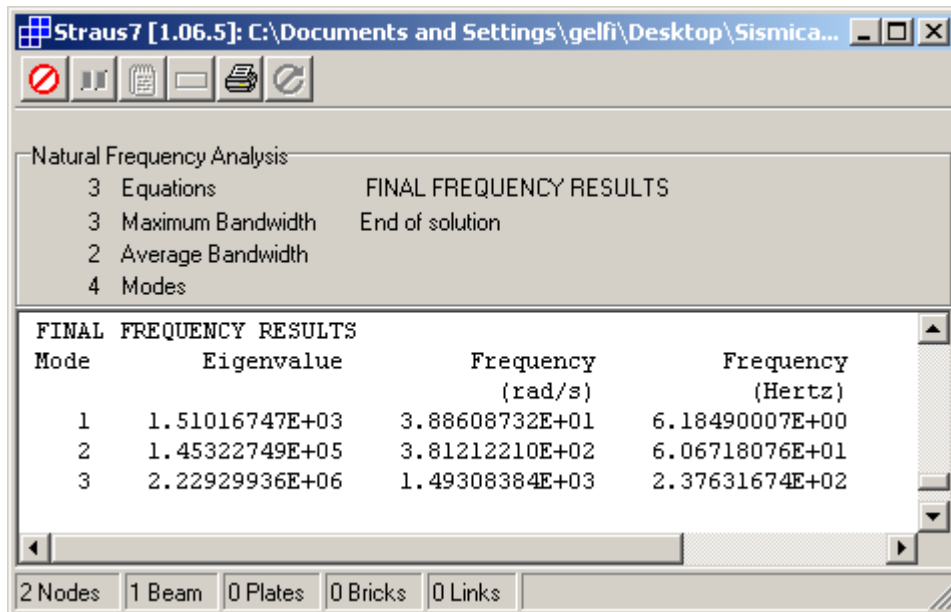


Fig. 4 – Risultati con l'opzione Consistent

Per migliorare ulteriormente i risultati è necessario suddividere il beam. Dividendo l'asta in 4 parti si hanno 12 modi di vibrare (Fig. 5). Il valore della frequenza del primo modo è praticamente esatto.

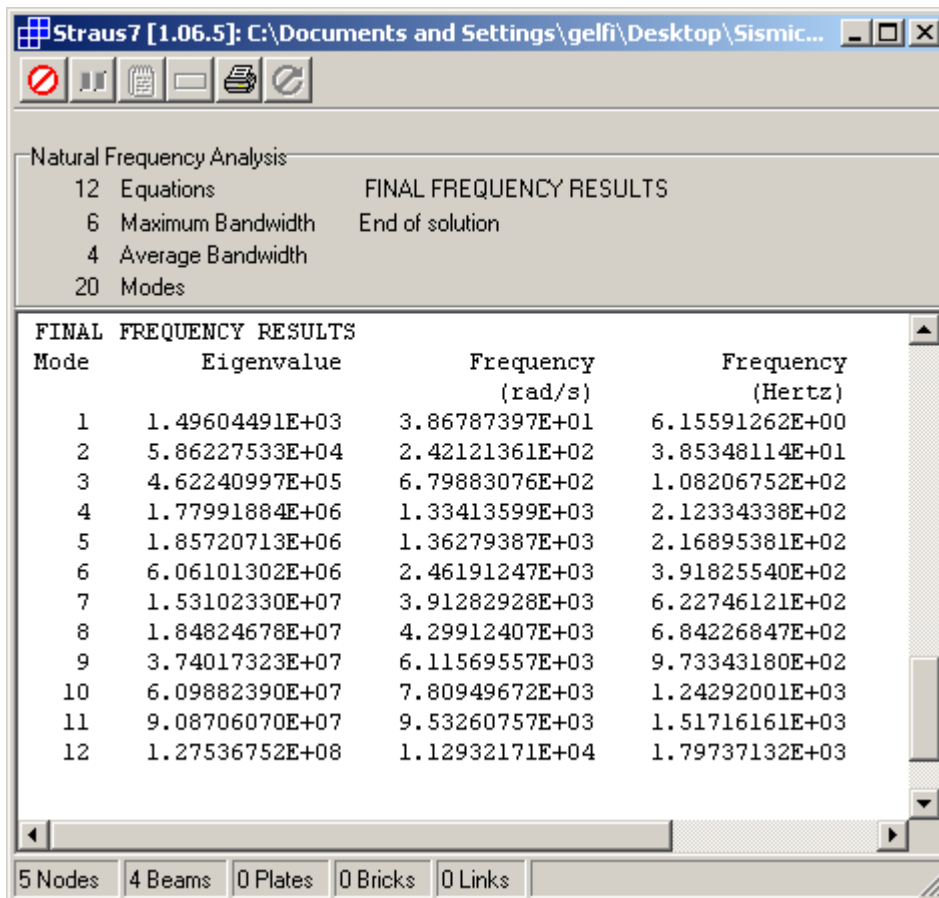


Fig. 5 – Asta divisa in 4 parti